

数学与统计学院 数学与应用数学专业 云亭班

专业平台必修课程教学大纲

数学与统计学院数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程包括以下 11 门课程：概率论与数理统计、实变函数、泛函分析、拓扑学、微分几何、C 语言、近世代数、运筹学、常微分方程、复变函数、大学物理。

概率论与数理统计

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第 5 学期开设。周 4 学时。

随着社会的发展，对随机现象规律性的研究已广泛地渗透到自然科学、社会科学与人们的日常生活中。概率论与数理统计就是研究随机现象的统计规律性，并在此基础上进行统计推断的学科。它有别于数学的其他分支，是一门应用性很强的学科。在经济、管理的数据分析、预测与决策中有着广泛的应用。

教学目的：正确理解基本概念，准确掌握基本方法和基本结论。注重培养学生对随机现象的理解和概率直觉，从直观分析入手讲清楚概率统计中一些主要概念和方法产生的背景和思路，使学生对于实际事物中的随机性产生敏感、培养学生的概率统计直觉能力。能综合利用所学知识分析和解决一些实际问题。

教学内容：第一章介绍概率论的基本概念、基本公式和基本方法；第二章引进随机变量的概念，研究随机变量的概率分布，并介绍多维随机向量及其概率分布；第三章介绍随机变量的数字特征；第四章是概率论与数理统计的连接界面，介绍抽样和抽样分布以及大数定律和中心极限定理；第五章讨论如何利用随机样本估计总体参数的方法，并提出评价估计量优良性的标准；第六章介绍利用样本对总体的特征进行检验的方法（假设检验）；第七章介绍回归分析、相关分析及方差分析。

教学时数：72 学时。

教学方式：讲授法，同时注意理论与实践相结合。

二、大纲正文

第一章 随机事件与概率

教学要点：有关基本概念的正确理解，有关古典概型和贝努里概型概率的计算，概率论中几个最基本的公式及其应用。

教学时数：14 学时。

教学内容：

§ 1.1 随机试验和样本空间 (2 学时)：介绍试验、事件及样本空间等基本概念，讨论事件之间的各种关系及运算。

§ 1.2 概率的统计定义 (1 学时)：阐述频率与概率之间的关系，给出概率的统计定义

§ 1.3 古典概型和几何概型 (3 学时)：帮助学生理解古典概型和几何概型两种重要的概率模型，并给出应用实例。

§ 1.4 概率的公理化定义和概率的性质 (2 学时)：介绍概率的公理化定义，讨论概率的基本性质及其应用。

§ 1.5 条件概率 全概率公式 贝叶斯公式 (3 学时)：介绍条件概率及与条件概率有关的乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式及应用。

§ 1.6 事件的独立性及其应用 (2 学时)：介绍独立性的概念和有关结论，并利用独立性来讨论系统的可靠性。

§ 1.7 贝努里概型 (1 学时)：讨论贝努里概型所应满足的条件，并介绍 n 重贝努里概型的应用。

考核要求：重点掌握随机事件、事件的概率、不相容、对立和独立性等基本概念，掌握概率的基本性质、两个概率模型及乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式，熟练掌握事件与概率的有关运算。

第二章 随机变量及其概率分布

教学要点：随机变量的分布列和分布函数的概念，常见离散型和连续型分布，二维随机变量的联合分布及独立性。

教学时数：14 学时。

教学内容：

§ 2.1 随机变量 (1 学时): 介绍随机变量的概念和分类。

§ 2.2 一维离散型随机变量 (4 学时): 讨论一维离散型随机变量的分布列及其性质, 介绍常见离散型分布。

§ 2.3 随机变量的分布函数 (2 学时): 介绍分布函数的概念和性质, 并利用离散型随机变量的分布列确定分布函数。

§ 2.4 一维连续型随机变量 (4 学时): 连续型随机变量的概念, 常见连续型分布——均匀分布、正态分布和指数分布。

§ 2.5 随机变量的函数及其分布 (1 学时): 介绍简单的随机变量函数的分布。

§ 2.6 二维随机变量及其联合分布 (2 学时): 重点介绍二维随机变量的联合分布、边际分布, 联合密度函数和边际密度函数, 并讨论随机变量的独立性。

考核要求: 重点掌握一维随机变量的分布列和分布函数, 掌握二维随机变量的联合分布和边际分布, 熟练掌握分布列、分布函数的有关运算, 熟练应用常见分布的分布列或分布函数解决一些实际问题, 理解随机变量函数的分布。

第三章 随机变量的数字特征

教学要点: 期望、方差、相关系数等概念的准确理解, 有关数字特征的计算。

教学时数: 10 学时。

教学内容:

§ 3.1 数学期望 (2 学时): 数学期望的概念、性质及计算公式, 常见分布的数学期望。

§ 3.2 方差 (2 学时): 方差的概念、性质及计算公式, 常见分布的方差。

§ 3.3 协方差和相关系数 (4 学时): 协方差和相关系数的概念、计算公式、性质和相互关系。

§ 3.4 其他数字特征 切比雪夫不等式 (2 学时): 介绍矩、协方差矩阵的概念, 引入并证明切比雪夫不等式。

考核要求: 熟练掌握数学期望、方差的概念和运算, 掌握协方差和相关系数的概念和运算。准确理解切比雪夫不等式的概率意义, 并能应用有关内容解决一些简单的实际问题。

第四章 抽样分布和极限定理

教学要点：抽样分布定理和几种常用统计量，中心极限定理。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 4.1 总体与样本 (1 学时)：介绍总体、个体和简单随机样本的概念。

§ 4.2 统计量和抽样分布 (2 学时)：统计量的概念，常用统计量，正态总体场合的抽样分布定理。

§ 4.3 大数定律和中心极限定理 (3 学时)：介绍贝努里大数定律、切比雪夫大数定律和辛钦大数定律，讨论林德伯格——列维中心极限定理和得莫佛——拉普拉斯中心极限定理及其应用。

考核要求：重点掌握统计量和抽样分布定理，准确理解大数定律和中心极限定理，会使用中心极限定理解决一些具体问题。

第五章 参数估计

教学要点：极大似然估计法的原理和应用，区间估计的基本方法，估计量优良性的标准。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 5.1 参数的点估计 (3 学时)：介绍点估计的定义，矩法估计和极大似然估计的原理和方法。

§ 5.2 估计量优良性的标准 (2 学时)：介绍估计量优良性的判断标准——无偏性、有效性和一致性。

§ 5.3 参数的区间估计 (3 学时)：置信区间的概念，正态总体场合对总体均值和方差的估计。

§ 5.4 单侧置信区间 (2 学时)：结合实际讨论一些单侧置信区间的计算方法。

考核要求：重点掌握极大似然估计的方法和几种常见情形的区间估计，掌握评价估计量优良性的标准，了解单侧置信区间的概念和计算。

第六章 假设检验

教学要点：假设检验的基本原理和步骤。

教学时数：12 学时。

教学内容:

§ 6.1 假设检验的基本概念 (1 学时): 假设检验的基本原理, 统计假设, 假设检验的两类错误。

§ 6.2 假设检验的基本程序 (1 学时): 给出假设检验的基本程序与步骤。

§ 6.3 单个正态总体参数的假设检验 (4 学时): 结合实际问题的讨论三种常见场合总体参数的假设检验问题。

§ 6.4 两个正态总体均值差和方差比的假设检验 (4 学时): 讨论双正态总体场合均值差和方差比的假设检验问题。

§ 6.5 分布拟合检验 (2 学时): 介绍分布拟合优度检验的概念和方法。

考核要求: 重点掌握假设检验的基本概念、基本原理和基本程序, 会使用假设检验的方法解决一些实际问题。了解拟合优度检验的方法。

第七章 回归分析和方差分析

教学要点: 一元线性回归分析的原理和方法, 方差分析的基本思想。

教学时数: 6 学时。

教学内容:

§ 7.1 回归分析 (2 学时): 主要介绍一元线性回归分析的方法——最小二乘法, 同时简要介绍非线性回归分析的主要内容。

§ 7.2 单因素方差分析 (2 学时): 介绍单因素方差分析的有关概念, 如指标、因素、水平等, 建立单因素方差分析的数学模型。

§ 7.3 双因素方差分析 (2 学时): 主要介绍无交互作用的双因素试验的方差分析的基本思想和步骤。

考核要求: 重点掌握一元线性回归分析的参数估计方法及相关性检验和单因素方差分析方法, 了解可化为线性形式的非线性类型的一元回归方法, 了解二元线性回归的参数估计方法, 会使用这些方法解决一些实际问题。

三、参考书目

- [1] 盛骤, 谢式千, 潘承毅, 《概率论与数理统计》, 高等教育出版社, 1997 年 (第二版)。
- [2] 齐民友主编, 《概率论与数理统计》, 高等教育出版社, 2002 年 (第一版)。

实变函数

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第5学期开设。周4学时。

实变函数是数学与应用数学专业本科生必修的专业标志性课程，是数学分析课程的深化和发展，其目的是克服经典微积分的理论缺陷，建立新的积分理论。其核心内容是Lebesgue测度与Lebesgue积分理论。实变函数论的建立扩大了人们对实函数的认识，增加了积分运算过程中极限交换的灵活性，其结果在概率论、微分方程、泛函分析及其他动态系统理论中有广泛的应用，是现代分析数学的基础理论之一。

教学目的：正确理解实变函数基本概念，掌握Lebesgue测度与Lebesgue积分基本理论，能够应用新的积分理论处理相关的理论与应用问题。此外，从数学教育的角度来讲，实变函数论是从经典数学（微积分及相关体系）向现代数学过渡的入口，学习实变函数论的目的在于培养学生整体观察和抽象问题的能力，提高学生整体观察和抽象问题的层次，有助于了解现代数学的发展，有助于发展学生分析论证和逻辑思维的能力，培养学生自己分析和解决问题的能力，体现素质教育的要求。

教学内容：本课程教学内容主要有：集合与基数，欧氏空间点集理论，Lebesgue测度理论，可测函数，Lebesgue积分理论，微分与不定积分。

教学时数：72学时。

教学方式：本课程教学以讲授为主，学生参与讨论为辅组织教学，并积极鼓励学生参与教学的全过程。

二、大纲正文

第一章 集合与基数

教学要点：集合的代数运算和极限运算，集合1-1对应的概念、集合的对等与基数，基数大小的比较，可数集的概念、性质与判断，典型可数集（如有理数集，整系数多项式之集等）的判断，不可数集的概念， $[0, 1]$ 区间的不可数性，不可数集的判断，最大基数的不存在性。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 1.1 集合及其运算 (2 学时)：集合的概念，集合的代数运算（并、交、差、补）和集合的极限运算（上限集、下限集、极限集）。

§ 1.2 对等与基数 (4 学时)：映射与对等，集合的对等，集合的基数比较，Bernstein 定理。

§ 1.3 可数集合 (2 学时)：可数集的概念、性质，一些典型的可数集。

§ 1.4 不可数集合 (4 学时)：不可数集的概念， $[0, 1]$ 区间与实数集的不可数性，常见的实数基数集合，Cantor 定理与最大基数的不存在性。

考核要求：掌握集合 1-1 对应的概念、集合的对等，基数的大小比较，重点掌握定可数集与不可数集的概念，典型可数集与不可数集的判断，理解最大基数的不存在性。

第二章 欧氏空间中的点集

教学要点：欧氏空间中的线性结构与距离结构，点列的极限，有界集的概念，点集的内点、聚点与边界点，开集与闭集及其运算性质， R^n 中的有界点集的性质，Bolzano-Weierstrass 定理，Borel 有限覆盖定理，直线上的开集、闭集与完备集的构造，Cantor 集的构造与性质，点集之间的距离及性质，不相交闭集的隔离定理，连续函数延拓定理。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 2.1 n 维欧氏空间 (2 学时)： N 维欧氏空间中的线性结构与距离结构，点列的极限，邻域与有界集的概念。

§ 2.2 聚点、内点、边界点 (2 学时)： n 维欧氏空间点集的聚点、内点、边界点的定义及性质，Bolzano-Weierstrass 定理。

§ 2.3 开集与闭集 (2 学时)：开集与闭集的定义及性质，Cantor 闭集套定理，Borel 有限覆盖定理。

§ 2.4 直线上的开集与闭集的构造 (2 学时)：直线上的开集的构成区间与区间表示，直线上闭集与完备集的构造，Cantor 集的构造与性质。

§ 2.5 连续函数延拓定理 (2 学时)：点集之间的距离及性质，不相交闭集的

隔离定理，连续函数延拓定理。

考核要求：掌握 R^n 中开集与闭集的性质及其判断，重点掌握有界闭集的性质，理解并会应用 Bolzano-Weierstrass 定理及 Borel 有限覆盖定理。掌握直线上的开集与闭集的构造，Cantor 集的构造与性质。理解不相交闭集的隔离定理及连续函数延拓定理。

第三章 测度理论

教学要点：Lebesgue 外测度的定义与性质，Caratheodory 条件，可测集的定义、性质及判断，可测集与测度的运算性质，测度的极限定理。典型可测集：区间、开集、闭集、零测集、 F_σ 型集、 G_δ 型集、Borel 集。可测集与开集、闭集的关系，可测集的结构，不可测集的存在性，测度的乘积定理。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 3.1 外测度 (2 学时)：Lebesgue 外测度的引入，定义及特征性质。

§ 3.2 可测集 (4 学时)：内测度与外测度，可测集的定义与 Caratheodory 条件，可测集的运算性质，Lebesgue 测度的有限可加性、可数可加性，测度的极限定理。

§ 3.3 可测集类 (2 学时)：区间的可测性定理，开集、闭集与 Borel 集的可测性，可测集的结构与等价描述：开集逼近、闭集逼近、内外测描述。

§ 3.4 不可测集 (2 学时)：Lebesgue 不可测集的存在性，Vitali 不可测集的构造。

§ 3.5 乘积定理 (2 学时)：可测集乘积的可测性，乘积定理。

考核要求：掌握外测度的概念及性质，掌握可测集的概念、性质与结构，能熟练判断典型的可测集，重点掌握测度的完全可加性及测度的极限定理。了解不可测集，理解测度的乘积定理。

第四章 可测函数

教学要点：可测函数的定义及其等价形式，典型的可测函数（连续函数、单调函数、简单函数等），可测函数关于四则运算及极限运算的封闭性，可测函数与简单函数的关系，可测函数的几何意义；函数列的几乎处处收敛，叶果洛夫定

理；可测函数结构，鲁津定理，可测函数与连续函数的关系；按测度收敛及与几乎处处收敛的关系，Riesz 收敛定理，Lebesgue 收敛定理，按测度收敛极限的四则运算法则。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 4.1 可测函数及其性质 (4 学时)：可测函数的定义与等价描述，可测函数的四则运算与极限运算，可测函数与简单函数的关系，可测函数的几何意义。

§ 4.2 叶果洛夫定理 (2 学时)：叶果洛夫定理及证明。

§ 4.3 可测函数的结构 (2 学时)：鲁津定理，可测函数与连续函数的关系。

§ 4.4 按测度收敛 (4 学时)：按测度收敛的概念，按测度收敛与几乎处处收敛的关系，Riesz 收敛定理与 Lebesgue 收敛定理，按测度收敛极限的四则运算法则。

考核要求：掌握可测函数的概念及其等价描述，熟悉典型的可测函数，掌握可测函数的四则运算及极限运算的性质，理解可测函数的几何意义。常我可测函数的结构，清楚可测函数与简单函数及连续函数的关系，理解按测度收敛与几乎处处收敛的概念，清楚它们之间的关系。

第五章 积分理论

教学要点：Riemann 的特征与局限性，Lebesgue 积分的建立过程，Lebesgue 积分的性质及可积的判定，Lebesgue 积分的极限定理 (Levi 定理、Fatou 引理、Lebesgue 逐项积分定理、Lebesgue 控制收敛定理、Vitali 极限定理) 及其应用，Lebesgue 积分几何意义，Lebesgue 积分与 Riemann 积分的关系，测度的截面定理与 Fubini 定理。

教学时数：18 学时。

教学内容：

§ 5.1 Riemann 积分的特征与局限性 (2 学时)：Riemann 可积的本质特征：几乎处处连续，Riemann 积分的局限性。

§ 5.2 非负简单函数的 Lebesgue 积分 (2 学时)：非负简单函数的 Lebesgue 积分的定义及性质。

§ 5.3 非负可测函数的 Lebesgue 积分 (4 学时)：非负可测函数的 Lebesgue

积分的定义及基本性质, Levi 极限定理、Fatou 引理及 Lebesgue 逐项积分定理。

§ 5.4 一般可积函数 (2 学时): 一般可测函数 Lebesgue 积分的定义与基本性质, 可积的比较判别法, Lebesgue 积分的绝对连续性。

§ 5.5 积分的极限定理 (2 学时): Lebesgue 控制收敛定理, 逐项积分定理与积分的可数可加性, Vitali 极限定理。

§ 5.6 Lebesgue 积分与 Riemann 积分的关系 (2 学时): Lebesgue 积分几何意义, Lebesgue 积分与 Riemann 积分的关系。

§ 5.7 Fubini 定理 (4 学时): 测度的截面定理, Fubini 定理。

考核要求: 理解 Riemann 可积的本质条件与局限性, 了解 Lebesgue 积分的建立过程, 掌握 Lebesgue 积分的基本性质, 熟练掌握 Lebesgue 可积的判别方法。掌握 Lebesgue 积分 5 大极限定理的条件与结论, 并能熟练应用于积分的计算。了解 Lebesgue 积分与 Riemann 积分的关系, 掌握 Fubini 定理, 会应用其计算重积分。

第六章 微分与不定积分

教学要点: 有界变差函数、绝对连续函数的概念、判断、运算性质, Lebesgue 微分定理, 绝对连续函数与 Lebesgue 积分的关系, Lebesgue 积分的 N-L 公式, 分部积分法与变量替换公式。

教学时数: 8 学时。

教学内容:

§ 6.1 有界变差函数 (2 学时): 有界变差函数与其全变差, 有界变差函数的性质, Jordan 分解。

§ 6.2 Lebesgue 微分定理 (2 学时): 有界变差的可微性, Lebesgue 微分定理, 导函数的可积性。

§ 6.3 不定积分 (2 学时): Lebesgue 不定积分, 绝对连续函数, Lebesgue 积分与绝对连续函数的关系 (N-L 公式), 分部积分法。

§ 6.4 Lebesgue 积分的分部积分和变量替换 (2 时): Lebesgue 分部积分公式, Lebesgue 积分的变量替换公式。

考核要求: 掌握有界变差函数与绝对连续函数的概念及运算性质, 理解有界变差函数的 Lebesgue 微分定理, 了解绝对连续函数与 Lebesgue 积分的关系, 掌

握 Lebesgue 积分的 N-L 公式，会用 Lebesgue 分部积分公式。

三、参考书目

- [1] 程其襄等，《实变函数与泛函分析基础》，高等教育出版社，2010 年，第三版。
- [2] 江泽坚，吴智泉，《实变函数论》，高等教育出版社，1994 年，第二版。
- [3] 王声望，郑维行，《实变函数与泛函分析概要》，高等教育出版社，1992 年，第二版。

泛函分析

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第6学期开设，周4学时。

泛函分析是现代分析数学的理论基础，其主要讨论对象是无限维空间的结构与性质及定义其上的线性算子与线性泛函的性质，是数学与应用数学专业本科段的专业标志性课程。泛函分析的思想与方法已渗透到了现代纯粹数学与应用数学、理论物理与工程技术的许多分支中，诸多经典的数学分支由于应用了泛函分析而以全新的面貌出现，迈入到了现代。

教学目的：通过泛函分析基础理论的教学，使学生了解和掌握赋范线性空间，有界线性算子，Hilbert 空间，Banach 空间的基本概念和基本理论，培养学生的抽象思维能力与概括提炼能力，为进一步学习数学学科的有关分支和从事数学学科的教学与研究打下一定的理论基础。

教学内容：度量空间与线性赋范空间，线性有界算子与线性连续泛函，内积空间与 Hilbert 空间，Banach 空间中的基本定理，线性算子的谱理论。

教学时数：72 学时。

教学方式：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 度量空间与线性赋范空间

教学要点：度量空间的概念与例子，度量空间中的点集，连续映射，线性赋范空间， L_p 空间，稠密性与可分性空间，Cauchy 点列与完备空间，列紧性，压缩映射原理及其应用，有限维线性赋范空间。

教学时数：24 学时。

教学内容：

§ 1.1 度量空间的概念与例子 (2 学时)：距离及度量空间的定义，例子 (欧氏空间, 连续函数空间, 数列空间, 可测函数空间等)。

§ 1.2 度量空间中的点集 (2 学时)：收敛点列，邻域的概念，有界集，内点、聚点与边界点，开集与闭集。

§ 1.3 连续映射 (1 学时): 度量空间映射连续性及其等价描述, 同胚的概念。

§ 1.4 线性赋范空间 (4 学时): 线性赋范空间的概念, 范数距离, Banach 空间的概念, L^p 空间, l^p 空间。

§ 1.5 稠密性与可分性空间 (2 学时): 稠密的概念, 可分空间及例子。

§ 1.6 完备性 (4 学时): Cauchy 点列, 完备空间及性质, 度量空间的完备化定理。

§ 1.7 列紧性 (3 学时): 完全有界集, 列紧集, 紧集, Hausdorff 列紧性定理, $C[a, b]$ 中的列紧集。

§ 1.8 有限维线性赋范空间 (2 学时): 有限维线性赋范空间的坐标映射、范数等价性及特征。

§ 1.8 压缩映射原理及其应用 (4 学时): 压缩映像原理及推广, 在隐函数定理及常微分方程中的应用。

考核要求: 掌握度量空间、线性赋范空间和 Banach 空间的概念和性质, 掌握映射连续性, 度量空间中稠密、可分、完备、列紧等概念, 熟悉 $C[a, b]$ 空间, l^∞ 空间, L^∞ 空间, l^p 空间, L^p 空间; 掌握有限维线性赋范空间的特征, 透彻理解压缩映像原理及其简单应用。

第二章 线性有界算子和线性连续泛函

教学要点: 线性有界算子, 线性连续泛函, 线性算子空间, 共轭空间。

教学时数: 8 学时。

教学内容:

§ 2.1 线性有界算子与线性连续泛函 (4 学时): 线性算子的概念, 线性算子的有界性与连续性, 线性有界算子及其范数, 线性连续泛函, 线性连续泛函零空间的性质。

§ 2.2 线性算子空间 (2 学时): 线性算子空间的代数运算与范数结构及其完备性, 算子代数。

§ 2.3 共轭空间 (2 学时): 线性赋范空间的共轭空间的概念与性质, 保距同构, 一些具体空间的共轭空间。

考核要求: 掌握线性有界算子, 线性连续泛函, 有界性, 连续性, 算子范数,

共轭空间, 保距同构等基本概念; 掌握有界与连续的等价性定理, 掌握线性有界算子范数定理, 能够计算一些简单的算子范数, 知道一些具体空间的共轭空间。

第三章 内积空间和 Hilbert 空间

教学要点: 内积空间, Hilbert 空间, 投影定理, 就范直交系, Fourier 展式, Hilbert 空间上线性连续泛函的表示。

教学时数: 14 学时。

教学内容:

§ 3.1 内积空间 (4 学时): 内积空间的定义, 内积范数, Schwarz 不等式, Hilbert 空间, 平行四边形公式, 极化恒等式与内积空间的判定。

§ 3.2 投影定理 (2 学时): 投影的概念, 投影性质定理, 投影判定定理。凸集与极小化向量定理, 投影存在性定理, 集合的正交, Hilbert 空间的正交分解, 投影算子及其性质。

§ 3.3 就范直交系与 Fourier 展式 (4 学时): 就范直交系, Fourier 系数集, Bessel 不等式, Parseval 恒等式, 完全就范直交系的定义与判定, Fourier 展式, Gram-Schmidt 正交化过程, Hilbert 空间的同构。

§ 3.4 Hilbert 空间上的线性连续泛函 (2 学时): Riesz 表示定理, 共轭算子及其性质。

§ 3.5 自伴算子、酉算子和正常算子 (2 学时): 自伴算子、酉算子和正常算子的基本概念与简单性质。

考核要求: 掌握内积空间, Hilbert 空间, 平行四边形公式, 投影算子, 就范直交系, Bessel 不等式, Parseval 恒等式, Fourier 展式, 共轭算子, 自伴算子, 酉算子和正常算子等基本概念; 掌握投影定理, 完全就范直交系的判定定理, Riesz 表示定理等基本定理的内容与证明。

第四章 Banach 空间中的基本定理

教学要点: Hahn-Banach 延拓定理, Riesz 表示定理, 线性赋范空间中的共轭算子, Baire 纲定理, 一致有界性原理, 强收敛、弱收敛和一致收敛, 逆算子定理, 闭图象定理。

教学时数: 16 学时。

教学内容:

§ 4.1 线性连续泛函的延拓 (3 学时): Hahn-Banach 泛函延拓定理及其证明, 线性连续泛函的存在定理与应用。

§ 4.2 $C[a, b]$ 的共轭空间 (1 学时): Riesz 表示定理。

§ 4.3 自反空间与共轭算子 (2 学时): 自反空间的概念与性质, 线性有界算子的共轭算子的定义及性质。

§ 4.4 一致有界性原理及应用 (4 学时): Baire 纲定理, 一致有界原理及其在 Fourier 级数中的应用。

§ 4.5 强收敛、弱收敛和一致收敛 (2 学时): 强收敛、弱收敛、一致收敛的定义, 例子, 相互关系, 强收敛的充要条件。

§ 4.6 逆算子定理 (2 学时): 逆算子定理及其证明。

§ 4.7 闭图象定理 (2 学时): 线性算子的图象, 闭算子, 闭图象定理。

考核要求: 掌握本章涉及到的所有基本概念与基本定理; 由于 Hahn-Banach 延拓定理, 一致有界性原理, 逆算子定理, 闭图象定理是泛函分析基础理论的主要构成部分, 要求熟练掌握这些定理的内容。

第五章 线性算子的谱

教学要点: 线性算子的谱的概念, 线性有界算子谱与谱半径, 线性全连续算子谱定理, Fredholm 二择一性, Hilbert 空间自伴全连续算子的谱分解。

教学时数: 10 学时。

教学内容:

§ 5.1 线性算子谱的概念 (2 学时): 正则点, 正则集, 谱点, 谱, 特征值, 特征向量, 点谱, 连续谱与剩余谱, 例子。

§ 5.2 线性有界算子谱的基本性质 (2 学时): 单位算子扰动定理, 线性有界算子的正则集与谱, 谱半径, Gelfand 谱半径公式。

§ 5.3 线性全连续算子的谱 (4 学时): 线性全连续算子, 线性全连续算子谱定理, Fredholm 二择一性。

§ 5.4 Hilbert 空间自伴全连续算子的谱分解 (2 学时) Hilbert 空间自伴全连续算子的谱分解定理。

考核要求: 掌握线性有界算子谱的有关概念、性质与谱半径公式, 了解线性全连续算子的谱特征, 掌握 Fredholm 二择一性, 理解 Hilbert 空间自伴全连续

算子的谱分解。

三、参考书目

- [1] 程其襄等,《实变函数与泛函分析基础》,高等教育出版社,2010年,第三版。
- [2] 王声望,郑维行,《实变函数与泛函分析概要》第二册,高等教育出版社,1992年,第二版。
- [3] 夏道行等,《实变函数论与泛函分析》下册,高等教育出版社,1990,第二版。

本课程使用教具和现代教育技术的指导性意见

泛函分析是基础数学中较为抽象的课程,通常不必使用教具。在传统的教学方式中,从来没有使用过教具和其它辅助性教学手段。本课程的有些内容,如投影算子,压缩映像迭代过程,向量正交化过程等,具有很强的直观性,完全可以用计算机演示。因此,随着教学方式的改革,应当考虑现代化教具和现代教育技术的运用。

拓扑学

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第6学期开设，周4学时。

点集拓扑学（又称一般拓扑学）是一门研究具有拓扑结构的集合及其在拓扑变换下的不变性质，即所谓拓扑空间及其拓扑性质；是在欧氏几何、解析几何、射影几何与微分几何之后发展起来的高度抽象的一门几何学。作为十分重要的基础性的数学分支，它的许多概念、理论和方法在数学的其他分支（特别是几何类和分析类分支）中有着广泛的应用，有的甚至已成为通用语言。它在物理学、经济学部门也有许多应用。

教学目的：通过拓扑学，能使学生在高观点下重新审视古典分析中的连续性概念的实质，使学生突破欧氏空间的束缚，认识到数学中更一般的空间，了解它们的基本性质。另一方面，通过学习四种拓扑不变性和基本群的概念能使学生逐渐形成认识事物大局观的思想，进一步深刻理解数学中讨论的变换观点下的不变性。通过本课程的学习，学生的抽象思维能力和逻辑推理能力将得到很大程度的提高，对培养学生良好的数学素养有着非常重要的意义。

教学内容：本课程主要介绍有关拓扑空间、连续映射与同胚映射的最基本的概念和性质；由已知拓扑空间构造子空间、积空间、商空间的思想方法；以及四个基本的拓扑不变性质：连通性、紧致性、可数性、分离性；同时也介绍了拓扑空间成为可度量化空间的条件。最后介绍基本群的基本思想和方法。

教学时数：72学时。

教学方式：课堂教学为主。

二、大纲正文

第一章 拓扑空间与连续映射

教学要点：拓扑空间的定义及一些基本概念（开集、拓扑、拓扑空间；闭集；内点、邻域、内部；聚点、导集、闭包；内部、边界；序列与极限）。连续映射、同胚映射、拓扑不变性；拓扑基。

教学时数：18学时。

教学内容:

§ 1.1 拓扑空间的定义及举例 (2 学时): 拓扑及拓扑空间的公理化定义, 四个特殊的拓扑空间 (平凡空间, 离散空间, 余有限空间及余可数空间), 度量空间的开集。

§ 1.2 拓扑空间的基本概念 (4 学时): 有四组基本概念, 分别是闭集; 邻域, 内点和内部; 聚点, 导集与闭包; 序列与极限。

§ 1.3 子拓扑 (2 学时): 子拓扑和子空间的概念, 全空间和子空间中开 (闭) 集的关系。

§ 1.4 连续映射与拓扑性质 (4 学时): 连续映射的定义及性质, 粘合引理。同胚映射的定理及实例。拓扑空间的同胚关系, 拓扑性质与同胚分类。嵌入映射。

§ 1.5 积空间与拓扑基 (2 学时): 乘积拓扑的构造, 乘积空间的性质。集合的拓扑基与拓扑空间的拓扑基, 拓扑空间拓扑基的等价性定理。

§ 1.6* 商空间 (4 学时): 商拓扑、商映射、商空间; 商空间的构造。

考核要求: 识记拓扑空间的开集公理化定义, 理解开集、拓扑的含义, 并以度量空间为例进行解释; 掌握子拓扑、积拓扑、商拓扑的定义及性质; 掌握并牢记拓扑空间之间映射的连续性概念, 并能用定义证明常见的映射 (常值映射、恒同映射、连续映射的复合映射) 的连续性; 牢记同胚映射及两个拓扑空间同胚的概念, 理解同胚关系是等价关系; 领会拓扑学的中心任务。

第二章 分离性与可数性公理

教学要点: 两个可数性公理与四个分离性公理; Urysohn 引理, Tietze 扩张定理, Urysohn 可度量化定理。

教学时数: 16 学时。

教学内容:

§ 2.1 T_1 、 T_2 分离公理 (2 学时): T_1 、 T_2 分离公理的定义; T_1 、 T_2 空间定义及举例; 两种空间的几个基本性质。

§ 2.2 T_3 、 T_4 分离公理 (4 学时): T_3 、 T_4 分离公理的定义及等价性描述; T_3 、 T_4 空间的定义及举例; 两种空间的几个基本性质。度量空间满足四个公理。

§ 2.3 第一第二可数性公理 (4 学时): 邻域基的定义, 两种可数性公理的

定义及举例,两种可数性公理的关系。度量空间是否满足两种可数性公理的判断。

§ 2.4 拓扑性质的可遗传性与可乘积性(2学时):可遗传性与可乘积性的定义,六个公理是否满足可遗传性或可乘积性的证明或举例。

§ 2.5 Urysohn 引理和 Tietze 扩张定理(2学时):两个定理的内容和意义,并给出其中一个定理的证明。度量空间中 Urysohn 函数的构造。

§ 2.6 Urysohn 可度量化定理(2学时):拓扑空间可度量化的定义,等价性定理。Urysohn 可度量化定理的内容、意义、证明。

考核要求:识记并领会两个可数性公理和四个分离性公理的含义;分析满足可数性公理或分离性公理的拓扑空间的特殊性质;应用定义或等价条件分析欧氏空间及一般度量空间的可数性性质,分离性性质,综合分析诸分离空间的区别与联系;综合应用可数性空间和诸分离空间的基本性质领会 Urysohn 引理和 Tietze 扩张定理的证明思想和深刻含义;应用定义和性质分析空间度量化的可能性。

第三章 紧致性

教学要点:紧致、序列紧致、及其之间的关系;两种紧致空间的基本性质。度量空间中两种紧致性的等价性;局部紧致空间;拓扑空间的一点紧化

教学时数:14 学时

教学内容:

§ 3.1 紧致空间(2学时):紧致空间的定义及一些例子;紧致子集的含义及等价性描述。

§ 3.2 紧致空间的基本性质(4学时):紧致空间在连续映射下的像是紧致子集,进而紧致性是拓扑性质。紧致性关于闭子空间具有可遗传性。管状引理的内容及证明,作为应用证明紧致性具有可乘积性质。紧致空间上连续函数的极值定理。

§ 3.3 紧致性对分离性的影响(2学时): T_2 空间中,一点和一个不含该点的紧致子集、两个不相交的紧致子集都存在不相交的邻域。由此得到紧致空间和 T_2 空间中,紧致子集和闭集之间的关系,并证明从紧致空间到 Hausdorff 空间的连续双射是同胚的性质。

§ 3.4 序列紧致(4学时):序列紧致的定义,列紧空间的基本性质。Lebesgue

数的概念；度量空间关于紧致和列紧的等价性证明。

§ 3.5* 局部紧致与仿紧致空间 (2 学时): 紧致与局部紧致的区别与联系仿紧的概念和性质。

考核要求: 识记并领会紧致性的含义；分析紧致空间的特殊性质及分离性对紧致性产生的影响；应用定义或等价条件分析欧氏空间及一般度量空间的紧致性性质；综合分析各种紧致性的区别与联系；应用紧致性区分拓扑空间。

第四章 连通性

教学要点: 连通性、连通分支、局部连通、道路连通、连通性的应用。

教学时数: 10 学时。

教学内容:

§ 4.1 连通空间 (2 学时): 连通空间的定义及举例, 连通子集的定义, 连通性的绝对性质。连通性是拓扑性质, 也满足有限可乘积性, 但不满足遗传性。定义在连通空间上连续函数的介值性定理。

§ 4.2 连通性的某些简单应用 (2 学时): 欧氏空间中连通子集的特征; 拓扑空间的介值定理; 运用连通性是拓扑性质区分拓扑空间。

§ 4.3 连通分支与局部连通 (2 学时): 连通分支的定义、构造及基本性质。局部连通的定义, 与连通的关系。

§ 4.4 道路连通空间 (2 学时): 道路、道路连通空间、道路连通分支、局部道路连通空间。

§ 4.5 拓扑性质与同胚 (2 学时): 综合应用拓扑性质判断空间不同胚。

考核要求: 识记并领会连通与道路连通的区别与联系; 应用定义分析空间是否连通、局部连通、道路连通或局部道路连通; 综合应用各种连通性是拓扑不变性区分拓扑空间; 综合分析欧氏空间中子集的连通性; 能应用连通性证明介值定理及不动点定理。

第五章* 同伦与基本群

教学要点: 同伦映射与同伦等价; 基本群的构造、计算、应用。

教学时数: 14 学时。

教学内容:

§ 5.1 映射的同伦 (4 学时): 同伦映射的定义、举例、性质; 空间的同伦

等价；形变收缩核。

§ 5.2 基本群 (4 学时): 基本群的构造; 拓扑不变性和同伦不变性的证明。

§ 5.3 基本群的计算 (4 学时): 一些基本空间基本群的计算; 乘积空间的基本群; Van Kampen 定理。

§ 5.4 基本群的应用 (2 学时): 区别空间的同伦型; 证明 2 维 Brouwer 不动点定理; 证明代数基本定理。

考核要求: 识记并领会映射同伦与基本群的概念和含义, 熟记几个常见空间的基本群; 掌握同伦不变性的基本思想及与拓扑不变性的区别与联系。

三、参考书目

- [1] 李元熹, 张国梁, 《拓扑学》, 上海科学技术出版社, 1986。
- [2] 江泽涵, 《拓扑学引论》, 上海科学技术出版社, 1978。
- [3] 尤承业, 《基础拓扑学讲义》, 北京大学出版社, 1997。
- [4] 熊金城, 《点集拓扑讲义》, 高等教育出版社 (第二版), 1997。

微分几何

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第5学期开设，周4学时。

微分几何是以数学分析、高等代数、解析几何为主要工具研究空间形式的一门学科，是几何学的一个分支，是高等院校数学和数学教育各专业主要专业课程之一，也是应用性很强的一门数学课。

教学目的：通过本课程教学，学生应掌握曲线论和曲面中的一些基本概念与研究微分几何的一些常用方法。以便为以后进一步、研究现代微分几何学大号基础；另一方面培养学生理论联系实际和分析解决问题的能力。

教学内容：微分几何是用微积分和线性代数的方法研究空间曲线和曲面的形状，找出决定曲线和曲面形状的不变量系统。本课程主要介绍微分几何中的最基础部分——欧氏空间中曲线和曲面的局部理论，处理上采用 Frenet 标架与双参数活动标架法这种有力的工具，讨论欧氏空间中曲线和曲面的局部性质。最后选择讲授曲面的一些整体性质，如曲面的整体描述、紧致曲面的 Gauss-Bonnet 定理，向量场和球面的刚性。

教学时数：72 学时。

教学方式：课堂授课。

二、大纲正文

第一章 曲线论

教学要点：空间正则参数曲线，弧长，Frenet 标架，曲率和挠率，曲线论基本定理，自然方程。

教学时数：16 学时。

教学内容：

§ 1.1 曲线的概念 (2 学时)：空间正则参数曲线的概念、弧长、容许参数变换，曲线的再参数化曲线、弧长参数表示。

§ 1.2 Frenet 标架 (4 学时)：切向量、主法向量、副法向量的定义，一般参

数下的计算公式。基本三棱形，密切平面的几何意义。

§ 1.3 空间曲线的曲率和挠率(4学时): 定义及几何意义, 计算公式, Frenet 公式及初步应用。

§ 1.4 密切曲线(2学时): 密切曲线的定义和意义, 密切圆。

§ 1.5 特殊曲线(4学时): 平面曲线相对曲率的定义、计算及几何意义。一般螺线的定义及几何特征。

考核要求: 掌握曲线的概念, 空间曲线的基本三棱形, 曲率挠率和 Frenet 公式。掌握特殊曲线: 平面曲线, 一般螺线。掌握曲线上一点邻近的结构和空间曲线论的基本定理。

第二章 曲面论

教学要点: 正则参数曲面; 切平面与法向量; 第一、第二基本型, 法曲率、主曲率、Gauss 曲率、平均曲率及其几何意义; Gauss 映射与切映射, Weingarten 变换; 渐近方向与渐近线, 主方向与曲率线; 特殊曲面; 曲面论的基本定理。

教学时数: 24 学时

教学内容:

§ 2.1 正则曲面的概念(2课时): 正则参数曲面, 坐标曲线, 切平面, 法向量, 曲面上的曲线族和曲线网。

§ 2.2 曲面的第一基本形式(2课时): 曲面的第一基本形式, 曲面上曲线的弧长, 两切向的夹角, 曲面域的面积。

§ 2.3 曲面的第二基本形式(2课时): 曲面的第二基本形式及几何意义。

§ 2.4 法曲率与 Weingarten 变换(2学时): 法曲率及几何意义, Weingarten 变换, 法曲率的等价表示。

§ 2.5 主曲率、Gauss 曲率和平均曲率(6学时): 主曲率的定义、计算及几何意义, Euler 公式, Gauss 映射; Gauss 曲率和平均曲率的定义、计算、意义。

§ 2.6 渐近方向与渐近线、主方向与曲率线(2学时): 渐近方向、主方向的定义与方程, 渐近线与曲率线的方程, 渐近线网, 曲率线网。

§ 2.7 特殊曲面(4学时): 全脐点曲面, 常平均曲率曲面, 极小曲面, 直纹面, 可展曲面。

§ 2.8 曲面论的基本定理(4课时): 曲面论的基本方程, 基本公式, 基本定

理, Gauss 绝妙定理。

考核要求: 掌握正则参数曲面的概念, 掌握并能熟练计算曲面的第一基本形式、曲面的第二基本形式、各种曲率, 理解曲面上的特殊方向 (指渐近方向和主方向) 和特殊曲线 (指渐近线和曲率线) 的几何意义。掌握可展曲面的几何意义和几何特征, 懂得 Gauss 曲率是内蕴量, 理解曲面论的基本定理。

第三章 曲面的内蕴几何

教学要点: 等距对应与共形对应; 测地曲率; 测地线; 协变导数; 平行向量场; Gauss-Bonnet 公式; 常曲率曲面。

教学时数: 16 学时

教学内容:

§ 3.1 等距对应与共形对应 (2 课时): 等距对应的定义、性质; 等距对应的充要条件, 与刚性运动的区别和联系。共形对应的性质, 曲面上的等温参数。

§ 3.2 测地曲率与测地线 (4 课时): 测地曲率, 测地线的定义、方程、求解; 半测地坐标网及性质, 测地线的一些基本性质。

§ 3.3 Gauss-Bonnet 公式 (2 学时): Gauss-Bonnet 公式的证明及重要推论。

§ 3.4 协变微分 (2 学时): 协变微分的定义、性质及与普通微分的联系; 平行向量场及自平行曲线。

§ 3.5 常高斯曲率的曲面 (2 课时): 常 Gauss 曲率曲面的分类; 伪球面与罗氏几何; 曲面上内蕴几何的思想。

§ 3.6* 曲面上的 Laplace 算子 (4 学时): 曲面上的梯度算子, 散度算子, Laplace 算子及性质应用, 共形对应下 Laplace 算子的变化形式。

考核要求: 理解等距对应的意义。熟练掌握测地曲率的计算, 掌握测地线的方程和基本性质。熟记 Gauss-Bonnet 公式及几个重要推论。了解协变微分是欧氏平面上普通导数概念在曲面上的推广。熟记三种常曲率曲面模型空间, 了解曲面上的 Laplace 算子。理解测地曲率和测地线是内蕴几何概念。

第四章* 曲面的整体性质初步

教学要点: 曲面的整体描述 (流形的概念), Gauss-Bonnet 定理, 向量场, 球面的刚性。

教学时数: 16 学时。

教学内容:

§ 4.1 曲面的整体描述 (4 课时): 复习曲面片的定义, 给出曲面的整体描述, 分析局部几何中一些概念在整体曲面上的表现差异。

§ 4.2 Gauss-Bonnet 定理 (4 课时): 三角剖分; 欧拉示性数; 亏格; 整体 Gauss-Bonnet 定理及其证明。

§ 4.3 向量场 (4 学时): 向量场及其积分曲线; 向量场的孤立奇点; 向量场的指标; Poincare 的向量场指标定理及证明。

§ 4.4 球面的刚性 (4 学时): 球面刚性定理的内容, 意义及定理的证明。

考核要求: 曲面的整体性质是现代微分几何学中的主要内容, 并在理论物理及其它数学分支中起着重要作用。本章介绍的内容仅仅是整体性质的初步, 期望能起到抛砖引玉的作用。考虑到这些内容比较抽象, 掌握有一定的难度, 所以在课程考核中不作硬性规定。

三、参考书目

- [1] 苏步青, 胡和生等, 《微分几何》, 高等教育出版社, 1994 年。
- [2] 彭家贵, 陈卿编著, 《微分几何》, 高等教育出版社, 2002 年。
- [3] 陈维桓编著, 《微分几何》, 北京大学出版社, 2006 年。
- [4] Alfred Gray, 《Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with MATHEMATICA》, Second Edition, New York: CRC Press, 1998.

C 语言

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第 3 学期开设，周 4+2 学时。

C 语言课程的前导课程有《计算机文化基础》，后续课程有《数据结构》、《面向对象程序设计》。它是一门实践性很强的课程，既要掌握概念，又要动手编程，还要上机调试运行。对计算机专业和理工类专业来说是一门必修的课程。同时，这门课程也是“全国非计算机专业学生计算机应用能力水平考试”二级考试的主要语种之一。通过本课程的学习，学生应掌握 C 语言的基本语法，还应掌握程序设计的基本思想、并通过本课程的学习，使学生掌握传统的结构化程序设计的一般方法，以 C 为语言基础，培养学生严谨的程序设计思想、灵活的思维方式及较强的动手能力，并以此为基础，让学生逐渐掌握复杂软件的设计和开发手段，为后续专业课程的学习打下扎实的理论 and 实践基础。

教学目的：通过理论和实践教学，使学生较好地掌握 C 语言各方面的知识，掌握基本的程序设计过程和技巧，具备初步的高级语言程序设计能力，并能熟练进行 C 语言的程序编写、编译与调试，达到省二级考试要求的能应用 C 语言解决一般编程问题的水平。

教学内容：C 语言基本概念、数据类型、运算符与表达式、简单 C 语言程序设计、逻辑运算与判断选取控制、循环控制、数组、函数和指针等。

学时数：108 学时（理论教学 72 学时，上机实验 36 学时）

教学方式：课堂授课与计算机上机实验相结合。其中，每周课堂授课 4 学时，计算机上机实验 2 学时。

二、大纲正文（包括理论和实验两部分）

理论部分

第 1 章 C 语言概述

教学要点：使学生了解 C 语言的特点，掌握 C 语言程序的上机过程。

教学时数：2 学时

教学内容：C 语言的历史背景，特点，C 程序介绍，上机步骤。

考核要求：掌握 C 语言的特点，能够在 Visual C++6.0 环境下熟练地运行 C 程序。

第 2 章 程序的灵魂——算法

教学要点：如何用 N-S 流程图表示算法，让学生掌握结构化程序设计方法。

教学时数：2 学时

教学内容：算法的概念、特征、表示，简单算法举例，结构化程序设计方法。

考核要求：会用 N-S 流程图表示算法。

第 3 章 最简单的程序设计——顺序程序设计

教学要点：使学生了解 C 语言数据类型的划分，能够对不同数据定义相应的数据类型，并且掌握运算符和表达式的使用。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 3.1 常量与变量 (1 学时)：常量与变量的使用，给变量及标识符命名。

§ 3.2 基本数据类型 (2 学时)：C 语言数据类型的划分，定义，表示形式。

§ 3.3 运算符和算术表达式 (2 学时)：算术运算符和算术表达式，赋值运算符和赋值表达式，自增自减运算符，逗号运算符和表达式。

§ 3.4 输入输出函数 (2 学时)：逗号表达式的形式和求解过程格式输入函数和格式输出函数的使用，字符数据的输入输出函数。

§ 3.5 顺序结构程序设计举例 (1 学时)：设计顺序结构程序。

考核要求：能够对 C 语言不同数据定义相应的数据类型，并且掌握运算符和表达式的使用，熟记运算符的优先级和结合方向，掌握四种输入/输出函数的使用，能够设计顺序结构程序。

第 4 章 选择结构程序设计

教学要点：讲解如何求解关系表达式和逻辑表达式，使学生能够运用 if 语句和 switch 语句设计选择结构程序。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 4.1 关系运算符和逻辑运算符 (1 学时)：关系运算符及其优先级,关系表达式的求解, 逻辑运算符及其优先级,逻辑表达式的求解。

§ 4.2 if 语句 (2 学时)：if 语句的三种形式、嵌套和条件运算符的使用。

§ 4.3 switch 语句 (1 学时)：switch 语句的形式和使用说明。

§ 4.4 程序举例 (2 学时)：设计选择结构程序。

考核要求：会求解关系表达式、逻辑表达式和条件表达式，能够运用 if 语句和 switch 语句设计选择结构程序。

第 5 章 循环结构程序设计

教学要点：使学生掌握三种循环结构的使用，能够设计循环结构程序。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 5.1 while 语句 (2 学时)：讲解 while 语句的形式和用 while 语句设计循环结构程序的例子。

§ 5.2 do…while 语句(1 学时)：讲解 do…while 语句的形式和用 do…while 语句设计循环结构程序的例子。

§ 5.3 for 语句 (2 学时)：讲解 for 语句的形式以及使用说明。

§ 5.4 循环的嵌套 (2 学时)：介绍六种循环嵌套的形式。

§ 5.5 break 语句和 continue 语句 (1 学时)：讲解 break 和 continue 语句的形式以及例子。

§ 5.6 综合程序举例 (4 学时)：灵活运用不同循环结构进行程序设计。

考核要求：掌握三种循环结构的使用，能够设计循环结构程序。

第 6 章 数组

教学要点：使学生对数组能进行定义和引用，利用数组设计程序。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 7.1 一维数组的定义和引用 (4 学时)：讲解一维数组如何定义、引用和初始化，并且利用一维数组设计程序。

§ 7.2 二维数组的定义和引用 (4 学时): 讲解二维数组如何定义、引用和初始化, 并且利用二维数组设计程序。

§ 7.3 字符数组 (4 学时): 讲解字符数组的定义引用和初始化、字符串和串结束标志的处理、字符数组的输入输出、字符串处理函数, 并且利用字符数组设计程序。

考核要求: 能够对数组能进行定义和引用, 并且利用数组设计程序。

第 7 章 函数

教学要点: 通过讲解函数调用程序, 使学生在进一步理解的基础上, 能够利用函数调用设计程序。同时, 掌握变量存储类别的定义与使用。

教学时数: 12 学时。

教学内容:

§ 7.1 函数的定义 (1 学时): 三种函数的定义形式。

§ 7.2 函数的调用 (2 学时): 讲解函数调用的三种形式以及对被调用函数进行声明, 形参和实参的概念及在函数调用时的数据传递, 函数的返回值及返回语句的使用。

§ 7.3 函数的嵌套调用 (2 学时): 讲解了嵌套调用的概念, 并且举了一个嵌套调用的例子。

§ 7.4 函数的递归调用 (2 学时): 递归调用的概念, 应用。

§ 7.5 数组作为函数参数 (2 学时): 通过举例讲解了数组元素做函数实参的函数调用过程, 以及数组名作为函数参数进行函数调用的过程。

§ 7.6 变量的存储属性 (2 学时): 讲解局部变量和全局变量的定义和使用, 并且利用全局变量进行程序设计来增加函数间数据联系的渠道, 变量的两种存储方式以及四种存储类别的定义与使用。

§ 7.7 内部函数和外部函数 (1 学时): 讲解内部函数和外部函数的定义形式与示例。

考核要求: 理解函数调用程序的执行过程, 能够利用函数调用设计程序, 掌握变量存储类别的定义与使用。

第 8 章 指针

教学要点: 通过讲解指针和指针变量的概念, 使学生在进一步理解指针作为

函数参数进行函数调用的程序的基础上，能够利用指针方法设计程序。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 8.1 指针变量的定义与使用 (2 学时)：地址、指针和指针变量的概念，指针变量的定义和引用方式，指针变量作为函数参数进行函数调用的例子。

§ 8.2 通过指针引用数组 (4 学时)：通过指针引用数组元素的例子，数组名作为函数参数进行函数调用，指向一维和二维数组的指针。

§ 8.3 通过指针引用字符串 (2 学时)：字符串的表示形式，用字符串指针作函数参数进行函数调用的例子。

§ 8.4 指向函数的指针和返回指针值的函数 (2 学时)：用函数指针变量调用函数的过程，用指向函数的指针作函数参数调用函数的过程；返回指针值函数的定义及其应用。

§ 8.5 指针数组和多重指针 (2 学时)：指针数组的定义形式及其应用，指向指针的指针的定义形式及其应用。

考核要求：理解指针和指针变量的概念，理解指针作为函数参数进行函数调用的程序的执行过程，能够利用指针方法设计程序。

第 9 章 自定义数据类型

教学要点：通过讲解结构体的概念，使学生在进一步理解用户自定义数据类型的定义和使用，并能通过对结构体的操作来处理复杂数据程序。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 9.1 结构体变量的定义与使用 (1 学时)：建立结构体类型，定义结构体变量，结构体变量的初始化和引用方式。

§ 9.2 结构体数组 (2 学时)：定义结构体数组，结构体数组应用举例。

§ 9.3 结构体指针 (2 学时)：指向结构体变量的指针，指向结构体数组的指针，结构体变量和指针作为函数参数。

§ 9.4 共用体简介 (1 学时)：共用体类型的定义与使用特点。

考核要求：理解结构体类型、结构体变量的定义和使用方法，能够利用结构体和指针的结合进行简单程序设计。

实验部分

基本要求：熟练地掌握程序设计的全过程，即独立编写出源程序，独立上机调试程序，独立运行程序和分析结果。

项目总表：其中 9 个实验项目全为必做。

实验内容：

序号	实验项目名称	学时数	项目类别	项目类型
1	C 程序的运行环境和运行 C 程序的方法	2	基础	必做
2	数据类型、运算符和表达式	2	基础	必做
3	顺序结构程序设计	2	设计	必做
4	选择结构程序设计	2	设计	必做
5	循环结构程序设计	6	设计	必做
6	数组	6	设计	必做
7	函数	6	设计	必做
8	指针	8	设计	必做
9	结构体	2	设计	必做

1. C 程序的运行环境和运行一个 C 程序的方法

实验内容：熟悉 Visual C++ 系统环境，输入并运行一个简单的程序。

实验目的：了解 Visual C++ 系统的使用方法，掌握在该系统上如何编辑、编译和运行一个程序。

实验要求：事先准备好待运行的一个 C 程序。

2. 数据类型、运算符和表达式

实验内容：输入并运行有关 C 的数据类型、运算符和表达式的程序。

实验目的：掌握 C 语言数据类型，掌握不同类型数据之间的赋值规律，学会使用算术运算符。

实验要求：事先准备好五个有关 C 语言的数据类型、算术运算符和表达式的程序。

3. 顺序结构程序设计

实验内容：掌握格式转换符的使用方法；按习题 4.8 要求编写程序；利用字符输入输出函数编写程序。

实验目的：掌握赋值语句的使用方法；掌握各种类型数据的输入输出方法，能正确使用各种格式转换符。

实验要求：事先准备好有关格式转换符、习题 3.1、3.2、3.3、3.6、3.7 对应的程序。

4. 选择结构程序设计

实验内容：上机输入并调试运行五个选择结构程序。

实验目的：学会运用 if 语句和 switch 语句设计选择结构程序。

实验要求：事先编制好习题 4.5、4.8、4.9、4.10、4.12 对应的程序。

5. 循环结构程序设计

实验内容：输入十二个循环结构程序，并上机调试运行。

实验目的：掌握用 while 语句、do-while 语句和 for 语句实现循环的方法。

实验要求：事先编写好习题 5.3、5.4、5.5、5.6、5.8、5.9、5.10、5.11、5.12、5.14、5.16、5.17 对应的程序。

6. 数组

实验内容：输入十个有关数组的程序，并上机调试运行。

实验目的：掌握一维数组和二维数组的定义、赋值和输入输出的方法；掌握与数组有关的算法（特别是排序算法）。

实验要求：事先编制好习题 6.1、6.2、6.3、6.4、6.5、6.6、6.8、6.9、6.10 和 6.11 对应的程序。

7. 函数

实验内容：输入十三个有关函数的程序，并上机调试运行。

实验目的：掌握定义函数的方法；掌握函数实参与形参的对应关系及值传递的方式；掌握嵌套调用和递归调用的方法；掌握全局变量和局部变量及动态变量和静态变量的概念和使用方法；学习对多文件程序的编译和运行。

实验要求：事先编制好习题 7.1、7.2、7.3、7.4、7.5、7.6、7.7、7.8、7.9、7.10、7.11、7.13 和 7.14 对应的程序。

8. 指针

实验内容：输入十五个用指针方法实现的程序，并上机调试运行。

实验目的：掌握指针的概念，学会定义和使用指针变量；能正确使用数组的指针和指向数组的指针变量；能正确使用字符串的指针和指向字符串的指针变量；能正确使用指向函数的指针变量；了解指向指针的指针的概念及其使用方法。

实验要求：事先编制好习题 8.1、8.2、8.3、8.4、8.5、8.6、8.7、8.8、8.9、8.10、8.12、8.14、8.15、8.17 和 8.18 对应的程序。

8. 结构体

实验内容：输入四个有关编译预处理结构体的程序，并上机调试运行。

实验目的：掌握结构体类型和结构体变量定义的方法；掌握结构体数组和指针联合使用来处理复杂数据。

实验要求：事先编制好习题 9.1、9.2、9.3 和 9.5 对应的程序。

考核要求：

考核内容：运用 if 语句和 switch 语句设计选择结构程序；用 while 语句、do-while 语句和 for 语句实现循环结构程序；利用数组这种数据类型设计程序；通过函数调用的方式设计程序，掌握全局变量和局部变量及动态变量和静态变量的概念和使用方法；利用指针方法来设计程序。

考核方式：笔试

考核要求：闭卷考试，在 120 分钟内答完试卷。

三、参考书目

- [1] 谭浩强.《C 程序设计（第四版）》，北京：清华大学出版社，2010.
- [2] 谭浩强.《C 语言程序设计习题解答与上机指导》(第四版)，北京：中国铁道出版社，2016.
- [3] K.N.King 著，吕秀峰译.《C 语言程序设计现代方法》(第 2 版)，北京：人民邮电出版社，2010.

本课程使用教具和现代教育技术的指导性意见。

意见：教材应力求内容新颖，应采用多样化的方式进行教学，让学生在理论与实践相结合的基础上，对《C-语言》课程所要求的程序设计能力有进一步的提高。

近世代数

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第6学期开设，周4学时。

《近世代数》是现代数学的重要分支，是研究代数结构的一门科学，是数学专业的一门重要专业课程，它的基本概念、理论和方法已经渗透到数学的各个分支，是每个数学工作者所必须具备的基本素养之一；它的结果已广泛应用于自然科学与科技的许多方面，如理论物理、通讯、计算机科学等。此外，近世代数的某些内容，对于中学数学教学也具有指导意义。

教学目的：通过近世代数的学习，使学生掌握运用算律描写代数运算以及从算律出发推导其它性质的能力；学会把这种能力熟练地运用于中等及高等学校数学课程所涉及的一些最重要的代数系统，深刻领会这些代数系统的本质特征及它们之间的联系；由此来统帅中学代数教材中的代数部分。

教学内容：近世代数主要讲述群、环、域等代数系统的结构和主要性质。

教学时数：72学时。

教学方式：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 基本概念

教学要点：要让学生掌握一些基本概念：**映射**、代数运算、结合律、交换律、分配律、同态与同构、等价关系与集合分类的定义；理解结合律、交换律、分配律的作用以及同态满射保持结合律、交换律、分配律这些数学事实；熟练应用等价关系与集合分类可以相互决定这一结论。

教学时数：14学时。

教学内容：

§ 1.0 引言 (2 学时)：主要对近世代数这门课程的总体介绍，以及近世代数的一些实际应用问题简介。

§ 1.1 映射 (2 学时)：主要介绍映射的概念，以及相关的一些基本结论。

§ 1.2 代数运算与算律 (4 学时)：主要讲授代数运算的定义及例子，结合

律及其性质，交换律及其性质，分配律及其性质等。

§ 1.3 同态与同构 (2 学时): 主要介绍两个带有代数运算的集合之间的保持代数运算的映射、满射及双射以及它们各自的性质。

§ 1.4 等价关系与集合分类 (2 学时): 主要介绍等价关系与集合分类这两个概念以及等价关系与集合分类这二者之间的关系。

第一章 习题课 (2 学时): 复习总结本章内容, 讲解习题中的一些问题。

考核要求: 识记**映射**、代数运算、结合律、交换律、分配律、同态与同构、等价关系与集合分类的定义; 领会结合律、交换律、分配律的作用; 领会同态满射保持结合律、交换律、分配律, 等价关系与集合分类可以相互决定这些数学事实。

第二章 群论

教学要点: 要让学生掌握有关群的一些基本概念: 群、变换群、置换群、循环群、子群、陪集、不变子群、商群; 判断群、子群、不变子群、商群的方法; 理解群论的一些重要结论: Cayley 定理、Lagrange 定理、群的同态基本定理、**子群对应定理**、**群的第一、二、三同构定理**。

教学时数: 30 学时。

教学内容:

§ 2.0 群论的起源 (1 学时): 简要介绍群概念的产生历程。

§ 2.1 群的定义 (2 学时): 介绍群的两种定义的等价性。

§ 2.2 基本性质 (4 学时): 介绍单位元、逆元的定义, 给出有限群的另一种定义。介绍群的消去律以及群同态的性质。

§ 2.3 群中元素的阶 (2 学时): 介绍群中元素的阶的概念及其相关性质。

§ 2.4 变换群 (2 学时): 介绍变换的概念; 给出变换群的定义; 介绍一个集合的最大变换群、最小变换群; 介绍 Cayley 定理。

§ 2.5 置换群 (2 学时): 介绍 n 次对称群 S_n 的概念; 介绍 S_n 中的每个置换都可以表成互相没有共同数字的循环置换的乘积这一重要结论。

§ 2.6 循环群 (2 学时): 介绍循环群及其生成元的概念; 介绍与循环群的存在问题、数量问题、结构问题有关的结论。

§ 2.7 子群 (2 学时): 介绍子群的定义以及判断方法、群的子集生成的子

群的特点。

§ 2.8 子群的陪集 (3 学时): 定义左同余关系以及右同余关系; 确定这两个同余关系的等价类, 得出一个群 G 的子群 H 在 G 中的左、右陪集的数目相等这一重要结论。介绍 Lagrange 定理。

§ 2.9 不变子群、商群 (2 学时): 介绍不变子群的定义, 给出判断一个子群是不变子群的方法。介绍商群。

§ 2.10 群同态基本定理 (2 学时): 介绍群同态基本定理和子群对应定理。

§ 2.11 同态与不变子群 (2 学时): 介绍子群、不变子群与群同态之间的关系。

§ 2.12 群的同构定理 (2 学时): 介绍群的第一、二、三同构定理。

第二章习题课 (2 学时): 复习总结本章内容, 讲解一些典型习题。

考核要求: 学生必须识记并领会有关群的一些基本概念和**基本定理 (Cayley 定理, Lagrange 定理, 群同态基本定理, 群的同构定理)**; 会利用所学知识判断群、子群、不变子群、商群; 学生必须有严格的思维能力以及逻辑推理能力; 可以综合应用所学的知识去解决简单群论问题, 例如较小阶群的分类问题等。

第三章 环与域

教学要点: 要让学生掌握有关环与域的一些基本概念: 环、交换环、有单位元环、无零因子环、整环、除环、域、子环、子除环、子整环、子域、环的同态、理想、零理想、单位理想、主理想、环中多个元生成的理想、剩余类环、极大理想和**素理想**; **识记一些常见的环, 比如模 n 的剩余类环**; 理解环论的一些重要结论: 不定元存在定理、环的同态基本定理、**环的同构定理**、剩余类环是域的充要条件等。

教学时数: 28 学时。

教学内容:

§ 3.1 定义与基本性质 (4 学时): 介绍加群、环、交换环、有单位元环、无零因子环、整环等基本概念; 无零因子环中环的消去律才成立。

§ 3.2 除环、域 (2 学时): 介绍除环、域的概念, 给出了 Hamilton 四元数除环。

§ 3.3 无零因子环的特征 (2 学时): 介绍无零因子环的特征的概念; 介绍

无零因子环的特征是有限数时，特征是素数这一结论。

§ 3.4 模 n 的剩余类环 (2 学时): 介绍模 n 的剩余类环的一些性质。

§ 3.5 子环、环的同态 (2 学时): 介绍子环、子除环、子整环、子域、环的同态等概念; 探讨与环的同态有关的环的性质; 介绍挖补定理。

§ 3.6 多项式环 (2 学时): 介绍含单位元的交换环 R 上的多项式、 R 上的多项式环以及 R 上的未定元等概念; 给出 R 上的未定元是存在的这一重要结论。

§ 3.7 理想 (2 学时): 介绍环的理想、零理想、单位理想、主理想、环中多个元生成的理想等概念; 介绍环的主理想中的元素的特点; 给出除环只有零理想和单位理想这一重要结论。

§ 3.8 剩余类环、同态与理想 (2 学时): 类比于群论中的商群, 在环论中有商环 (也叫剩余类环)。给出商环的概念之后, 介绍环的同态基本定理; 介绍子环、理想与环的同态之间的关系。

§ 3.9 环的同构定理 (2 学时): 介绍环的同构定理。

§ 3.10 极大理想 (2 学时): 给出极大理想的定义; 介绍判断一个理想是极大理想的方法, 探讨如何利用极大理想去构造域。

§ 3.11 素理想 (2 学时): 给出素理想的定义, 并讨论整数环中的素理想; 探讨与极大理想间的关系。

§ 3.12 商域 (2 学时): 类比于整数环与有理数域之间的关系, 介绍一个环的商域的概念, 并给出一个无零因子的交换环的商域的存在性与唯一性定理。

第三章习题课 (2 学时): 复习总结本章内容, 讲解一些疑难问题。

考核要求: 学生必须识记并领会有关环的若干基本概念和**基本定理**; 会利用所学知识判断环、子环、子除环、理想、极大理想、**素理想**、商环等; 可以综合应用所学的知识去解决简单环论问题。

三、参考书目

[1] 张禾瑞,《近世代数基础》, 高等教育出版社, 1978 年 5 月修订第 1 版。

[2] 吴品三,《近世代数》, 高等教育出版社, 1979 年 12 月第 1 版。

[3] 刘绍学,《近世代数基础》, 高等教育出版社, 1999 年 10 月第 1 版。

[4] 杨永保,《近世代数》, 西北师范大学油印本, 2000 年 5 月。

[5] 杨子胥,《近世代数》, 高等教育出版社, 2003 年 12 月第 2 版。

运筹学

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第4学期开设，周4学时。

运筹学是近四十年里成长起来的一门新兴学科，它是用定量化方法为管理决策提供科学依据的一门学科。它把有关的管理系统首先归结成教学模型，然后用数学方法进行定量分析和比较，从而求得系统最优运行方案。运筹学在高等院校是管理与系统工程、工业经济、工业管理、统计运筹、经济数学以及计算机与控制等专业的重要课程之一，它是理工科大学生进行现代数学思想和方法训练的重要组成部分，是实现管理现代化的有力工具。

教学目的：通过本课程教学，使学生掌握“运筹学”各主要分支的基本概念、数学模型及其求解方法，掌握运筹学整体优化的思想和若干定量分析的优化技术。因此，开设运筹学课程的目的是使学生能够运用运筹学理论把实际问题构建成数学模型，选择适当的优化方法，求出最优解或满意解全过程的训练，提高学生分析和解决实际问题的能力，**充分认识运筹学的多学科交叉性，了解运筹学的一两个分支的前沿动态**，也为进一步学习后继课程打下坚实的基础。

教学内容：本课程重点论述运筹学的主要分支模型，基本概念与理论主要算法和应用。

教学时数：72学时。

教学方式：课堂授课。

二、大纲正文

第一章 绪论

教学要点：介绍运筹学的由来和发展，运筹学性质和特点，运筹学主要内容。

教学时数：4学时

教学内容：

§ 1.1 运筹学概况 (2学时)：**阐述运筹学的起源、发展、现状和展望。**

§ 1.2 运筹学的数学模型 (2学时)：**以实例展示建立运筹学的数学模型。**

考核要求：了解运筹学的简史和数学模型。

第二章 线性规划

教学要点：线性规划，单纯形法，对偶单纯形法等。

教学时数：18 学时。

教学内容：

§ 2.1 线性规划问题（3 学时）：线性规划问题举例，线性规划模型的三种形式及其等价性。

§ 2.2 可行区域与基本可行解（3 学时）：图解法，可行区域的几何结构，基本可行解及其基本定理。

§ 2.3 单纯性方法（3 学时）：线性规划的标准形式，针对标准形式的求解算法—单纯形算法。

§ 2.4 初始解（3 学时）：找第一个基本可行解—初始解，针对标准形式的两阶段法。

§ 2.5 对偶及对偶单纯形法（3 学时）：对偶理论，对偶单纯形法。

§ 2.6 灵敏度分析（3 学时）：改变线性规划标准形式的价值向量或右端向量，考察其解如何变化。

考核要求：重点理解掌握线性规划基本概念，基本理论及解线性规划问题的若干方法。

第三章 整数线性规划

教学要点：整数线性规划问题，Gomory 割平面法，分枝定界法。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 3.1 整数线性规划问题（2 学时）：问题描述，问题举例，问题的困难性。

§ 3.2 Gomory 割平面法（4 学时）：Gomory 割平面法的基本思想，计算步骤。

§ 3.3 分枝定界法（4 学时）：分支界定法的基本思想，计算步骤。

考核要求：理解整数线性规划问题的困难性，掌握 Gomory 割平面法的基本思想和计算步骤，掌握分枝定界法的基本思想和计算步骤

第四章 动态规划

教学要点：最优化原理，多阶段决策问题，决策序列

教学时数：10 学时

教学内容：

§ 4.1 多阶段决策问题及最优化原理 (2 学时)：最短路问题，资源分配问题，一般多阶段决策问题，最优化原理。

§ 4.2 确定性的定期多阶段决策问题 (4 学时)：旅行售货员问题，多阶段资源分配问题，求解。

§ 4.3 确定性的不定期多阶段决策问题 (4 学时)：最优线路问题，有限资源分配问题，求解。

考核要求：掌握用递推法解最优路线问题，旅行售货问题，有限资源分配问题

第五章 网络分析

教学要点：图与子图，树与支撑树，最短有向路，最大流，最小费用法。

教学时数：20 学时。

教学内容：

§ 5.1 图与子图 (2 学时)：什么是图，什么是子图，图的邻接矩阵，关联矩阵，顶点的度。

§ 5.2 图的连通与割集 (2 学时)：图的连通性，连通分支，有向图，强连通分支，图的割集。

§ 5.3 树与支撑树 (2 学时)：什么是树，什么是支撑树，树的判定。

§ 5.4 最小树问题 (2 学时)：问题描述，求解算法。

§ 5.5 最短有向路问题 (3 学时)：问题描述，求解算法。

§ 5.6 最大流问题 (3 学时)：问题描述，求解算法。

§ 5.7 最小费用流问题 (3 学时)：问题描述，求解算法。

§ 5.8 最大对集问题及网络优化 (3 学时)：问题描述，求解算法。

考核要求：掌握树与支撑树的概念，熟悉最小树的 Kruskal 算法，Dijkstra 算项，最短有向路 Dijkstra 算法，理解最大流，最小费用问题，最大对集问题，网络优化简介。

第六章 决策分析 (10 学时)

教学要点：确定型决策分析，风险型决策分析和不确定型决策分析。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 6.1 决策分析的基本概念（2 学时）：**决策及决策分类。**

§ 6.2 确定型决策分析（3 学时）：**确定型决策的判定，数学模型，求解方法。**

§ 6.3 风险型决策分析（2 学时）：**风险型决策的判定，数学模型，求解方法。**

§ 6.4 不确定型决策分析（3 学时）：**不确定型决策的判定，数学模型，求解方法。**

考核要求：掌握确定型决策分析的条件和步骤，风险型决策分析的条件和步骤，不确定决策分析的条件和步骤。

三、参考文献

- [1] 运筹学教材编写组，运筹学，北京：清华大学出版社，2012
- [2] 胡运权，运筹学基础及应用，北京：高等教育出版社，2014
- [3] 西蒙·弗兰奇等，决策分析，李华旻译，北京：清华大学出版社，2002
- [4] 堵丁柱，葛可一，胡晓东，近似算法设计与分析，北京：高等教育出版社，2011
- [5] 高随祥，图论与网络流理论，北京：高等教育出版社，2009.
- [6] 徐俊明，组合网络理论，北京：科学出版社，2007, 2013（英）

常微分方程

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第4学期开设，**周4学时**。

分析数学研究的基本对象是函数（泛函、算子）和方程。在大量的实际问题中遇到比较复杂的运动过程时，反映运动规律的量与量之间的关系（即函数）往往不能直接写出来，却比较容易建立这些量和它们的导数（或微分）间的关系式，即微分方程。从数学发展史看，微分方程不仅是分析数学联系实际问题的桥梁，而且是体现分析数学的众多重要思想的窗口。

微分方程研究的主要内容是如何求解微分方程和解的适定性问题（各种属性），它是分析数学系列课程以及数学专业与应用数学专业其他后继课程的重要基础。

教学目的：掌握微分方程的基本概念、基本理论和基本方法；初步具有分析问题和解决问题（包括可化为微分方程问题的数学理论问题和以微分方程为模型的应用问题）的能力；为分析数学的后继课程和数值分析等相关课程备好必要的基础知识。

教学内容：**分6部分**。（1）微分方程的基本概念和初等积分法；（2）微分方程的基本理论的建立；（3）线性微分方程的一般理论和关于常系数线性微分方程的特征根法、比较系数法、常数变易法及Laplace变换；（4）一阶线性方程组的一般理论和常系数线性微分方程组的解法，主要是特征根法和常数变易法；（5）定性理论和稳定性理论的初步知识；（6）**一阶偏微分方程简介，重点介绍首次积分法**。

教学时数：**72学时**。

教学方式：讲授法，同时注重课程基本理论和数学物理问题的密切结合。

二、大纲正文

第一章 初等积分法

教学要点：准确理解微分方程的一些最基本的概念；按如下两条主线掌握一阶方程的初等积分法：变量分离方程和通过变换可化为变量分离方程的方程，全

微分方程和通过积分因子法或分项组合法可化为全微分方程的方程；掌握隐式微分方程的微分消参法和可降阶的高阶微分方程的解法。

教学时数：18 学时。

教学内容：

§ 1.1 微分方程与解 (2 学时)：基本概念：微分方程、阶、解与积分（通解与通积分，特解与积分）、定解问题，通过单摆方程和人口模型等介绍微分方程的背景和建立微分方程求解应用问题的基本方法。

§ 1.2 变量可分离方程 (1 学时)：变量分离法。

§ 1.3 齐次方程 (3 学时)：齐次方程的解法(1 学时)；齐次方程的变形的解法(2 学时)。

§ 1.4 一阶线性微分方程 (2 学时)：一阶线性方程求方法---常数变易法以及线性非齐次方程通解的结构；Bernoulli 方程的解法。

§ 1.5 全微分方程及积分因子 (3 学时)：全微分方程的概念及求原函数的直接观察法(1 学时)；一般解法积分因子法(2 学时)。

§ 1.6 一阶隐式微分方程 (2 学时)：一阶隐式微分方程的微分消参法，特别是 Clairaut 方程的解法。

§ 1.7 几种可降阶的高阶方程 (2 学时)：第一种可降阶的高阶方程的解法；第二种可降阶的高阶方程的解法；恰当导数方程的解法。

§ 1.8 一阶微分方程应用举例 (3 学时)：等角轨线与动力学问题(2 学时)；光学问题与流体混合问题(1 学时)。

考核要求：掌握微分方程的基本概念--微分方程、阶、解与积分（通解与通积分，特解与积分）等；掌握变量分离方程和通过变换可化为变量分离方程的方程、全微分方程和通过积分因子法或分项组合法可化为全微分方程的一阶微分方程的解法；掌握隐式微分方程的微分消参法和可降阶的高阶微分方程的解法；能够通过解的一般表达式讨论解的性质，理解和应用奇解概念；通过建立微分方程求解一些应用问题。

第二章 基本定理

教学要点：解的存在唯一性定理、延拓定理、解对初值的连续依赖性和可微性定理以及所涉及概念的准确理解，解的存在唯一性定理的详细证明。

教学时数：14 学时。

教学内容：

§ 2.1 常微分方程的几何解释 (2 学时)：线素场的概念及确定方程的线素场；欧拉折线以及初值问题解的存在性。

§ 2.2 解的存在性与唯一性定理 (6 学时)：存在性与唯一性定理的叙述及定理的解释 (2 学时)；存在性的证明 (2 学时)；唯一性的证明以及依据具体例子对定理条件的详细说明 (2 学时)。

§ 2.3 解的延展 (2 学时)：介绍并证明解的延展定理，示例说明该定理的条件；介绍第一比较定理和第二比较定理。

§ 2.4 奇解和包络 (2 学时)：奇解的定义；不存在奇解的判别法；包络线的定义以及奇解的求法。

§ 2.5 解对初值的连续依赖性和解对初值的可微性 (2 学时)：解对初值的连续依赖性定理及其证明；解对初值的可微性定理。

考核要求：重点掌握解的存在唯一性定理、延拓定理的内容以及解的存在唯一性定理的证明思想；熟练掌握 Picard 逼近列、Lipschits 条件和延拓概念。

第三章 一阶线性微分方程组

教学要点：准确理解线性微分方程组的一般理论；能够熟练掌握 Liouville 公式、常数变易法、常系数线性微分方程的特征根法和简单的非齐次方程的解法。

教学时数：11 学时。

教学内容：

§ 3.1 一阶微分方程组 (1 学时)：一阶微分方程组初值问题解的存在唯一性定理。

§ 3.2 一阶线性微分方程组的一般概念 (1 学时)：一阶线性微分方程组初值问题解的存在唯一性定理。

§ 3.3 一阶线性齐次方程组的一般理论 (2 学时)：建立线性齐次微分方程组的一般理论，得到通解结构定理，证明 Liouville 公式。

§ 3.4 一阶线性非齐次方程组的一般理论 (1 学时)：线性非齐次微分方程组的一般理论和常数变易法。

§ 3.5 常系数线性微分方程组的解法 (6 学时)：特征根为单根时线性齐次

方程的解法(2学时); 特征根为重根时线性齐次方程的解法(3学时); 简单的非齐次方程的解法(1学时)。

考核要求: 准确理解线性微分方程组的一般理论; 熟练掌握 Liouville 公式、常数变易法和特征根法; 能够依据解的一般表示讨论解的一些属性。

第四章 n 阶线性微分方程

教学要点: 准确理解线性微分方程的一般理论; 熟练掌握 Liouville 公式、常数变易法和常系数线性微分方程的特征根法、比较系数法、Laplace 变换; 理解振动现象。

教学时数: 15 学时。

教学内容:

§ 4.1 n 阶线性齐次微分方程的一般理论 (3 学时): 线性微分方程的一般概念; 建立 n 阶齐次线性微分方程的一般理论, 得到通解结构定理, 证明 Liouville 公式并应用到 2 阶微分方程; n 阶线性非齐次方程的通解结构定理与常数变易法。

§ 4.2 n 阶常系数线性齐次微分方程解法 (3 学时): 特征根为单根时的解法 (1 学时); 特征根为重根时的解法 (2 学时)。

§ 4.3 n 阶常系数线性非齐次微分方程解法 (4 学时): 第一类非齐次方程特解的待定系数法 (2 学时); 第二类非齐次方程特解的待定系数法 (2 学时)。

§ 4.4 二阶常系数线性方程与振动现象 (2 学时): 依据线性微分方程的解的表示解释振动现象。

§ 4.5 Laplace 变换 (2 学时): 介绍 Laplace 变换以及如何应用 Laplace 变换求解一些常系数线性非齐次微分方程的 Cauchy 问题。

§ 4.6 幂级数解法大意 (简介) (1 学时)

考核要求: 准确理解线性微分方程的一般理论; 熟练掌握 Liouville 公式、常数变易法、特征根法、比较系数法和 Laplace 变换; 能够依据解的一般表示讨论解的一些属性。

第五章 定性与稳定性理论简介

教学要点: 二维自治系统初等奇点的分类及其附近的轨线分布; 极限环的定义与示例; 稳定性概念及其判定定理, 分别应用稳定性概念、线性化系统的特征值、Liapunov 第二方法讨论自治系统的解的稳定性。

教学时数：9 学时。

教学内容：

§ 5.1 稳定性概念 (1 学时)：稳定性、渐近稳定性的概念以及相关例题。

§ 5.2 李雅普诺夫第二方法 (2 学时)：运用李雅普诺夫第二方法对零解的稳定性以及渐近稳定性的判定。

§ 5.3 平面自治系统的基本概念 (2 学时)：相平面、相轨线以及相图；平面自治系统的基本性质 1, 性质 2, 性质 3；常点、奇点与闭轨

§ 5.4 平面定性理论简介 (4 学时)：线性系统初等奇点附近的轨线分布——结点、鞍点、焦点、中心及其附近的轨线分布；平面非线性自治系统奇点附近的轨线分布；极限环的概念与举例。

考核要求：重点掌握二维自治系统初等奇点的分类及其附近的轨线分布；理解稳定性概念及其判定定理，会应用稳定性概念、线性化系统的特征值、Liapunov 第二方法讨论自治系统的解的稳定性。

第六章 一阶偏微分方程初步

教学要点：偏微分方程的基本概念；首次积分法。

教学时数：5 学时

教学内容：

§ 6.1 基本概念 (2 学时)：偏微分方程的基本概念。

§ 6.2 一阶常微分方程组的首次积分 (3 学时)：首次积分的相关概念(1 学时)；一阶常微分方程组的首次积分法(2 学时)。

考核要求：掌握偏微分方程组的基本概念以及一阶常微分方程组的首次积分法。

三、参考书目

- [1] 东北师范大学数学系，《常微分方程》，高等教育出版社，1982 年。
- [2] 叶严谦，《常微分方程》，高等教育出版社，1982 年（第二版）。
- [3] 中山大学数学系，《常微分方程》，高等教育出版社，1983 年（第二版）。
- [4] 国家教育委员会师范教育司，《普通高度师范学校数学教育专业（本科）教育教学基本要求（试行）》，首都师范大学出版社，1994。

复变函数

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第4学期开设。周4学时。

复变函数论是现代数学的一个重要分支，主要研究解析函数的微分理论、积分理论、级数理论、残数理论、保形变换理论。20世纪以来，复变函数与其他分支的联系也日益密切，致使经典的复变函数理论，如整函数与亚纯函数的动力系统分析理论、解析函数的边值问题等都有了新的发展和应用，并且，还开辟了一些新的分支，如复变函数逼近论、多复变函数论、广义解析函数论等。另外，在种种抽象空间的理论中，复变函数理论还常常为我们提供新思想的模型。复变函数也是我国数学工作者从事研究最早也最有成效的数学分支之一，我国老一辈数学家在单复变函数及多复变函数方面都做出过重要工作，不少成果已达到当时的国际先进水平。著名数学家华罗庚、陈建功、张广厚、杨乐就是其中的杰出代表，在国际数学界有着极大的影响。

教学目的：通过复变函数论的学习，培养学生能运用复分析的理论和方法去解决现代分析数学中基本问题的能力；并能将复分析的研究工具熟练地运用到中等及高等学校数学课程中所涉及的一些分析问题，进而深刻领会这些分析问题的本质特征及它们之间的联系；为进一步从事分析数学的研究打下坚实的基础。

教学内容：复变函数论主要讲述解析函数的微分理论、积分理论、级数理论、残数理论、保形变换理论、以及相关的应用。

教学时数：72学时。

教学方式：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 复数与复变函数

教学要点：复平面、复数、模、辐角、共轭、区域、约当曲线、复函数、极限、连续的定义；复极限与实极限的关系；实函数与复函数的关系；复球面与无穷远点。

教学时数：5学时。

教学内容:

§ 1.1 复数 (2 学时): 主要讲授复数域, 复平面, 复数的模与辐角, 复数的乘幂与方根, 复数的共轭, 几何应用等。

§ 1.2 复平面上的点集 (1 学时): 介绍平面点集的基本概念, 区域与约当曲线。

§ 1.3 复变函数 (1 学时): 介绍复变函数的概念, 复变函数的极限与连续。

§ 1.4 复球面与无穷远点 (1 学时): 介绍复球面, 扩充复平面的几个概念。

考核要求: 要让学生识记复平面、复数的模与辐角、复数的乘幂与方根、复数的共轭、区域与约当曲线; 领会复变函数的概念、扩充复平面的几个概念; 理解复变函数的极限与连续。

第二章 解析函数

教学要点: 解析函数的基本概念; Cauchy-Riemann 条件; 解析函数的微分特征; 初等解析函数; 初等多值函数。

教学时数: 11 学时。

教学内容:

§ 2.1 解析函数的基本概念与 Cauchy-Riemann 条件 (3 学时): 介绍复变函数的导数与微分, 用 Cauchy-Riemann 条件描述的解析函数的微分特征。

§ 2.2 初等解析函数 (2 学时): 介绍指数函数, 三角函数, 双曲函数。

§ 2.3 初等多值函数 (6 学时): 介绍根式函数, 对数函数, 一般幂函数与一般指数函数, 反三角函数与反双曲函数。

考核要求: 学生必须识记解析函数基本概念、Cauchy-Riemann 条件; 领会用 Cauchy-Riemann 条件描述的解析函数的微分特征, 指数函数、三角函数、双曲函数的基本性质; 理解根式函数、对数函数产生多值性的原因, 具有有限多个支点的初等多值函数的单值化计算。

第三章 复变函数的积分

教学要点: 复积分的基本概念与计算; Cauchy 积分定理; Cauchy 积分公式; 解析函数的无穷可微性; Cauchy 不等式与 Liouville 定理; Morera 定理; 解析函数与调和函数的关系; 平面向量场-解析函数的应用 (1) 。

教学时数: 15 学时。

教学内容:

§ 3.1 定义与基本性质 (3 学时): 介绍复积分的基本概念; 复积分的计算; 复积分的基本性质。

§ 3.2 Cauchy 积分定理 (6 学时): Cauchy 积分定理; Cauchy 积分定理的 Goursat 证明; 不定积分; Cauchy 积分定理的推广; 复围线情形的 Cauchy 积分定理。

§ 3.3 Cauchy 积分公式及解析函数的无穷可微性 (4 学时): 介绍 Cauchy 积分公式; 解析函数的无穷可微性; Cauchy 不等式与 Liouville 定理; Morera 定理。

§ 3.4 平面向量场-解析函数的应用 (1) (2 学时) 介绍流量与环量; 复势。

考核要求: 学生必须识记并领会复积分的基本概念与计算; 理解 Cauchy 积分定理、Cauchy 积分公式、解析函数的无穷可微性、Cauchy 不等式与 Liouville 定理、Morera 定理、解析函数与调和函数的关系; 可以综合应用所学的知识去解决简单复分析问题。

第四章 解析函数的幂级数表示法

教学要点: 复级数的基本性质; 幂级数; 解析函数的 Taylor 展式; 解析函数零点的孤立性; 唯一性定理。

教学时数: 10 学时。

教学内容:

§ 4.1 复级数的基本性质 (2 学时): 介绍复级数的定义; 一致收敛的复数项级数; Weierstrass 定理。

§ 4.2 幂级数 (2 学时): 介绍幂级数的敛散性; 收敛半径的计算; 幂级数和的解析性。

§ 4.3 解析函数的 Taylor 展式 (2 学时): 介绍 Taylor 定理; 基本初等函数的 Taylor 展式。

§ 4.4 解析函数零点的孤立性与唯一性定理 (4 学时): 介绍解析函数零点的孤立性; 唯一性定理; 最大模原理。

考核要求: 学生必须识记并领会复级数的定义、一致收敛的复数项级数、解析函数的 Taylor 展式; 理解 Weierstrass 定理、基本初等函数的 Taylor 展式、

解析函数零点的孤立性、唯一性定理、最大模原理；可以综合应用解析函数的 Taylor 展式、唯一性定理、最大模原理去解决一些简单的复分析问题。

第五章 解析函数的 Laurent 展式与孤立奇点

教学要点：解析函数的 Laurent 展式；解析函数的孤立奇点；解析函数在无穷远点的性质；整函数与亚纯函数的概念；平面向量场-解析函数的应用（2）。

教学时数：14 学时。

教学内容：

§ 5.1 解析函数的 Laurent 展式（4 学时）：介绍解析函数的 Laurent 展式；解析函数在孤立奇点的 Laurent 展式。

§ 5.2 解析函数的孤立奇点（4 学时）：介绍可去奇点；极点；本性奇点；Weierstrass 定理与 Picard 定理；Schwarz 引理。

§ 5.3 解析函数在无穷远点的性质（2 学时）：介绍解析函数在无穷远点的 Laurent 展式；无穷远点为可去奇点、极点、本性奇点的判定。

§ 5.4 整函数与亚纯函数的概念（2 学时）：介绍整函数与亚纯函数的概念。

§ 5.5 平面向量场-解析函数的应用（2）（2 学时）：介绍奇点的流体力学意义；解析函数在电场中的应用。

考核要求：学生必须识记并领会解析函数的 Laurent 展式、整函数与亚纯函数的概念；理解可去奇点、极点、本性奇点的判定（包括无穷远点）；理解 Weierstrass 定理、Picard 定理、Schwarz 引理；可以综合应用解析函数的 Laurent 展式、Weierstrass 定理、Picard 定理、Schwarz 引理去解决一些简单的复分析问题。

第六章 残数理论及其应用

教学要点：残数定理；用残数定理计算实积分；辐角原理及其应用。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 6.1 残数（3 学时）：介绍残数的概念；残数定理；残数的求法。

§ 6.2 用残数定理计算实积分（5 学时）：介绍用残数定理可以计算三种类型的实积分的计算；积分路径上有奇点的实积分的计算。

§ 6.3 辐角原理及其应用（4 学时）：对数残数；辐角原理；Rouche 定理。

考核要求：学生必须识记残数、整函数、亚纯函数的概念；领会解析函数在可去奇点、极点、本性奇点处残数的计算（包括无穷远点）；理解残数定理并熟练运用残数定理计算三种类型的实积分以及积分路径上有奇点的实积分的计；理解辐角原理、Rouche 定理并熟练运用其判断简单的解析函数在围线内的零点问题；可以综合应用残数理论和辐角原理去解决一些简单的的复分析问题。

第七章 共形映射

教学要点：解析变换的保域性、保角性、单叶解析变换的共形性；分式线性变换。

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 7.1 解析变换的特性（2 学时）：介绍解析变换的保域性、保角性；单叶解析变换的共形性。

§ 7.2 分式线性变换（3 学时）：介绍分式线性变换及其分解；分式线性变换的共形性；分式线性变换的保交比性；分式线性变换的保园性；分式线性变换的保对称点性；分式线性变换的应用。

考核要求：学生必须识记并解析变换的特性；理解解析变换的保域性、保角性、单叶解析变换的共形性、分式线性变换的基本性质；可以综合应用基本初等函数及其 3 个典型分式线性变换去解决一些简单的的共形映射问题。

三、参考书目

- [1] 钟玉泉, 复变函数论, 高等教育出版社, 1988 年 5 月第 2 版。
- [2] 庄圻泰, 张南岳, 复变函数, 北京大学出版社, 1984 年 4 月第 1 版。
- [3] 余家荣, 复变函数, 人民教育出版社, 1979 年 2 月第 1 版。
- [4] John B.Conway, Functions of One Complex Variable, Springer-Verlag, New York, 1978.

大学物理

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业云亭班专业平台必修课程之一，第4学期开设，周4学时。

物理学是整个自然科学和现代工程技术的基础；对于数学专业来说，开设大学物理课的目的就是使学生对物理学中力学和电磁学的内容和方法、工作语言、概念和物理图像有个全面的了解。从而具备学习数学专业其它课程所需的基础知识，同时也能使学生初步感悟到微积分知识在物理问题中的具体运用以及在分析问题和解决问题能力方面得到培养。

教学目的：在专业知识方面，本大纲选定力学和电磁学为教学内容，通过力学模块的学习，使学生了解和掌握物理学中力学部分的基本概念、基础知识以及处理力学问题的一些基本方法。通过电磁学模块的学习，使学生了解电磁运动的基本规律，以及处理电磁学问题的一些基本方法。在专业能力方面：通过本课程的教学，能够提高学生专业学习数学知识的能力，提高听课效果；同时也能提高独立获取知识的能力、科学观察和思维的能力、分析问题和解决问题的能力。在综合能力方面，通过本课程的教学，能够培养学生求实精神、创新意识、科学美感。同时也能促进学生知识、能力、素质的协调发展，进一步完善学生的科学素养和培养学生树立科学的世界观。

教学内容：本课程主要包括力学、电磁学、振动和波动、狭义相对论等物理学的基本内容。

教学时数：72学时。

教学方式：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 质点运动学

教学要点：质点运动、圆周运动、相对运动

教学时数：3学时。

教学内容：

§ 1.1 质点运动的描述 (1学时)：参照系和坐标系；质点；位置矢量，位移、

速度、加速度；运动方程，运动迭加原理，切向加速度和法向加速度。

§ 1.2 圆周运动 (1.5 学时)：平面极坐标；角位移、角速度、角加速度；匀速率圆周运动和匀变速率圆周运动。

§ 1.3 相对运动 (0.5 学时)：时间和空间；相对运动。

考核要求：掌握位移、位矢、加速度、速度、角速度和角加速度等描述质点运动和运动变化的物理量。能借助于直角坐标系计算质点作空间运动时的速度、加速度。理解自然坐标系，能计算质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。识记质点的相对运动问题。

第二章 牛顿运动定律

教学要点：牛顿运动定律及其应用；常见的力及力的概念（包括惯性、质量、力的概念；万有引力、弹性力、摩擦力）。

教学时数：3 学时。

教学内容：

§ 2.1 牛顿运动定律 (1 学时)：惯性、质量、力的概念；牛顿第一、第二、第三定律及力学相对性原理。

§ 2.2 几种常见的力 (1 学时)：万有引力、弹性力、摩擦力。

§ 2.3 牛顿定律的应用举例 (1 学时)

考核要求：掌握牛顿三定律极其适用条件。能用微积分方法求解一维变力作用下的简单质点的运力学问题。

第三章 动量守恒定律和能量守恒定律

教学要点：质点与质点系的动量定理和动量守恒定律；质心、质心运动定理；变力的功、动能定理、保守力的功、势能、机械能守恒定律。

教学时数：9 学时。

教学内容：

§ 3.1 质点和质点系的动量定理 (1 学时)：动量、冲量、动量定理。

§ 3.2 动量守恒定律 (1 学时)：动量守恒定律。

§ 3.3 动能定理 (1 学时)：功，变力的功；功率，动能，动能定理。

§ 3.4 保守力与非保守力 势能质点和质点系的动量定理 (2 学时)：万有引力和弹性力做功的特点；保守力与非保守力；保守力做功的数学表达式；势能(重

力势能、弹性势能、引力势能)；势能曲线。

§ 3.5 功能原理 机械能守恒定律 (1 学时)：质点系的动能定理；质点系的功能原理；力学中的能量守恒定律；普遍的能量转换和守恒定律。

§ 3.6 碰撞 (1 学时)：碰撞，完全弹性碰撞，完全非弹性碰撞。

§ 3.7 能量守恒定律 (1 学时)。

§ 3.8 质心 质心运动定律 (1 学时)：质心，质心运动定律；

考核要求：掌握质点的动能定理、动量定理以及动量守恒定律；掌握保守力做功的数学表达式；掌握势能（重力势能、弹性势能、引力势能）和势能曲线，能从势能函数求得保守力；掌握机械能守恒定律。掌握运用守恒定律分析问题的思想和方法、能分析简单系统在平面内运动的力学问题；理解碰撞，完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞；理解质心和质心运动定律。

第四章 刚体转动和流体运动

教学要点：刚体定轴转动定律、转动惯量；质点、刚体的角动量、角动量守恒定律；刚体定轴转动的动能定理；流体，伯努利方程。

教学时数：9 学时。

教学内容：

§ 4.1 刚体的定轴转动 (1 学时)：刚体的平动、转动和定轴转动；刚体转动的角速度和角加速度；匀变速转动公式；角量与线量的关系；

§ 4.2 力矩 转动定律 转动惯量 (2 学时)：刚体在定轴转动中的力矩，转动定律，转动惯量，平行轴定理；

§ 4.3 角动量守恒定律 (2 学时)：质点的角动量和角动量守恒定律；刚体绕定轴转动的角动量定理和角动量守恒定律；

§ 4.4 力矩的功和刚体绕定轴转动的动能定理 (2 学时)：力矩做功；力矩的功率；转动动能，刚体绕定轴转动的动能定理；

§ 4.5 流体，伯努利方程 (2 学时)：理想流体的运动；伯努利方程及其应用；

考核要求：识记转动惯量概念；掌握刚体绕定轴转动的转动定律；理解质点的角动量（动量矩）和角动量守恒定律，并能用它们分析、解决质点运动的力学问题；理解刚体绕定轴转动情况下的角动量定理和角动量守恒定律；掌握力矩的做功的计算、转动动能；掌握刚体定轴转动中动能定理和功能原理。

第五章 静电场

教学要点：电荷守恒定律；库仑定律、电场强度、电场强度叠加原理及其应用；静电场的高斯定理；静电场的环路定理；电势、电势叠加原理；电场强度和电势梯度。

教学时数：7 学时。

教学内容：

§ 5.1 电荷量子化 电荷守恒定律 (0.5 学时)：电荷，电荷量子化，电荷守恒定律；

§ 5.2 库仑定律 (0.5 学时)：库仑定律；

§ 5.3 电场强度 (2 学时)：静电场；电场强度，电场强度迭加原理，电场强度的计算；电偶极子的电场强度；

§ 5.4 电场强度通量；高斯定理 (1 学时)：电场线，电场强度通量，高斯定理及其应用；

§ 5.5 静电场强度的环路定理 电势能 (1 学时)：电场力的功；静电场强度的环路定理；电势能，

§ 5.6 电势 (1 学时)：电势，电势差及其计算；点电荷周围的电势；

§ 5.7 电场强度与电势梯度 (1 学时)：等势面，电场强度与电势梯度；

考核要求：识记电荷本质，电荷守恒的概念；掌握库仑定律及应用；掌握静电场的基本性质、电场强度和电势的概念以及电场强度和电势的叠加原理。掌握电势与电场强度的积分关系和微分关系。能计算一般问题中的电场强度和电势。掌握静电场的基本规律：高斯定理和环路定理，掌握用高斯定理计算电场强度的条件和方法。

第六章 静电场中的导体与电介质

教学要点：导体的静电平衡；有电介质存在时的电场；电容 电容器；静电场的能量 能量密度。

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 6.1 静电场中的导体 (1 学时)：静电平衡条件，静电平衡时导体上电荷的分布，静电屏蔽。

§ 6.2 静电场中的电介质 (1 学时): 电介质对电场的影响, 相对电容率, 电介质的极化, 电极化强度, 极化电荷与自由电荷的区别。

§ 6.3 电位移 有电介质时的高斯定理 (1 学时)。

§ 6.4 电容 (1 学时): 电容, 电容器, 电容器的串联和并联。

§ 6.5 静电场的能量 能量密度 (1 学时): 电容器的电能, 静电场的能量, 能量密度。

考核要求: 理解导体的静电平衡概念以及在静电平衡条件下导体的基本性质。识记介质的极化现象及其微观解释。理解介质中的高斯定理和安培环路定理。会计算电介质作均匀规则分布时场强和电势计算。理解电容概念, 并能作简单计算。理解电容器的电能, 静电场的能量和能量密度, 并能作简单计算。

第七章 稳恒磁场

教学要点: 恒定电流; 电源 电动势; 磁场 磁感应强度; 稳恒磁场的高斯定理和安培环路定理; 带电粒子在在电场和磁场中的运动; 载流导线在磁场中所受的力; 磁场中的磁介质。

教学时数: 9 学时。

教学内容:

§ 7.1 恒定电流 (1 学时): 电流, 电流密度; 电流的连续性方程, 恒定电流的条件; 欧姆定律的微分形式。

§ 7.2 电源 电动势 (1 学时): 电源, 电动势。

§ 7.3 磁场 磁感应强度 (1 学时): 基本磁现象, 磁场, 磁感应强度。

§ 7.4 毕奥-沙伐定律 (1 学时): 毕奥 1 沙伐定律及其应用; 磁矩, 运动电荷的磁场。

§ 7.5 磁能量 磁场的高斯定理 (1 学时): 磁感应线, 磁通量; 磁场中的高斯定理。

§ 7.6 安培环路定理 (1 学时): 安培环路定理及其应用。

§ 7.7 带电粒子在在电场和磁场中的运动 (1 学时): 带电粒子在电场和磁场中所受的力; 带电粒子在磁场中运动举例; 带电粒子在电场和磁场中运动举例。

§ 7.8 载流导线在磁场中所受的力 (1 学时): 磁场对载流导线的作用力—安培定律; 电流强度单位“安培”的定义; 磁场对载流线圈的磁力矩。

§ 7.9 磁场中的磁介质 (1 学时): 磁介质, 介质的磁化, 磁化强度; 磁介质中的安培环路定理, 磁场强度; 铁磁质, 磁滞现象, 磁畴。

考核要求: 识记恒定电流, 电流密度的概念。识记电源, 电动势的概念。掌握磁场的基本性质和磁感应强度的基本概念。理解毕奥—萨伐尔定律。能计算一些简单问题中的磁感应强度。掌握稳恒磁场的规律: 磁场高斯定理和安培环路定理。掌握用安培环路定理计算磁感应强度的条件和方法。掌握安培定律和洛仑兹力公式。理解电偶极矩和磁矩的概念。能计算电偶极子在均匀电场中, 简单几何形状载流导体和载流平面线圈在均匀磁场中或在无限长载流直导线产生的非均匀磁场中所受的力和力矩。能分析点电荷在均匀电磁场 (包括纯电场、纯磁场) 中的受力和运动。识记磁介质的磁化现象及其微观解释。识记铁磁质的特性。理解磁介质中的安培环路定理。

第八章 电磁感应 电磁场

教学要点: 法拉第电磁感应定律; 动生电动势和感生电动势、涡旋电场; 自感和互感; 电场和磁场的能量; 位移电流、全电流环路定律; 麦克斯韦方程组的积分形式。

教学时数: 4 学时。

教学内容:

§ 8.1 电磁感应定律 (1 学时): 电磁感应现象和电磁感应的基本定律; 楞次定律。

§ 8.2 动生电动势和感生电动势 (0.5 学时): 动生电动势, 感生电动势。

§ 8.3 自感和互感 (0.5 学时): 自感电动势, 自感; 互感电动势, 互感。

§ 8.4 磁场能量 磁场能量密度 (1 学时): 磁场能量, 磁场能量密度。

§ 8.5 位移电流 麦克斯韦方程组 (1 学时): 位移电流, 全电路安培环路定理; 电磁场, 麦克斯韦方程组的积分形式, 麦克斯韦方程组的微分形式。

考核要求: 掌握法拉第电磁感应定律。掌握动生电动势及感生电动势的基本概念及其计算方法。理解自感系数和互感系数概念, 并能作简单计算。识记电磁场的能量。理解磁能密度的概念。识记涡旋电场、位移电流的概念以及麦克斯韦方程组的物理意义。识记电磁场的物质性。

第九章 振动

教学要点：简谐运动的基本特征和表述、振动的相位、旋转矢量法；简谐运动的动力学方程；简谐运动的能量；简谐运动的合成、拍现象；电磁振荡；

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 9.1 简谐振动 (1 学时)：简谐振动，简谐振动动力学和运动学方程；频率、圆频率、周期、振幅和周相。

§ 9.2 旋转矢量 (1 学时)：简谐振动的参考圆及旋转矢量表示法。

§ 9.3 简谐运动的能量 (1 学时)：简谐振动的能量。

§ 9.4 简谐运动的合成、拍现象 (1 学时)：两个同方向同频率简谐振动的合成；两个同方向不同频率简谐振动的合成；两个不同（相互垂直）方向简谐振动的合成、拍现象。

§ 9.5 电磁振荡 (1 学时)：振荡电路，无阻尼自由电磁振荡；无阻尼电磁振荡的振荡方程；无阻尼电磁振荡的能量。

考核要求：掌握描述简谐振动和简谐波的各物理量（特别是相位）及各量间的关系。掌握旋转矢量法。掌握简谐振动的基本特征，能对质点的一维振动进行动力学分析，建立一维简谐振动的微分方程，以确定是否是简谐振动；能根据给定一维简谐振动的初始条件建立振动方程，并理解其物理意义。识记阻尼振动，受迫振动和共振。理解同方向，同频率两个简谐振动的合成规律。识记拍现象，理解垂直振动合成问题。理解无阻尼自由电磁振荡、无阻尼电磁振荡的振荡方程和无阻尼电磁振荡的能量，并能进行一些简单的计算。

第十章 波动

教学要点：机械波的基本特征、平面简谐波波函数；波的能量、能流密度；惠更斯原理、波的衍射和干涉；驻波、相位跃变；机械波的多普勒效应；平面电磁波

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 10.1 机械波的几个概念 (0.5 学时)：机械波的形成，弹性媒质中波的产生和传播；纵波和横波；波速、波频与波长的关系；波线，波面，波前

§ 10.2 平面简谐波波函数 (0.5 学时)：平面简谐波的波函数，波函数的物

理含义。

§ 10.3 波的能量 能流密度 (0.5 学时): 波动能量的传播, 能流, 能流密度。

§ 10.4 惠更斯原理 波的衍射和干涉 (1 学时): 惠更斯原理, 波的衍射现象; 波的迭加原理; 相干波及干涉。

§ 10.5 驻波 (0.5 学时): 驻波的产生, 驻波方程; 相位跃变; 驻波的能量; 振动的简振模式。

§ 10.6 多普勒效应 (1 学时): 波源不动, 观察者相对于介质运动; 观察者不动, 波源相对于介质运动; 波源和观察者同时相对于介质运动。

§ 10.7 平面电磁波 (1 学时): 电磁波的产生与传播, 平面电磁波的特性, 电磁波的能量, 电磁波谱。

考核要求: 理解机械波产生的条件, 识记纵波和横波。理解波速、波频与波长的关系, 并能做一些简单计算。掌握建立平面简谐波的波动方程的一般方法及波动方程的物理意义, 理解波形图线。理解波的能量传播特征及能流、能流密度概念。识记惠更斯原理和波的叠加原理。理解波的干涉性质, 识记其相干条件。能应用相位差和波程差分析、确定相干波叠加后振幅加强和减弱的条件。理解驻波及其形成条件。识记驻波和行波的区别。识记机械波的多普勒效应及其产生原因。在波源或观察者单独相对介质运动, 且运动方向沿二者连线情况下, 能用多普勒频移公式进行计算。识记电磁波的基本性质。

第十一章 波动光学

教学要点: 光源、光的相干性; 杨氏双缝干涉; 光程、光程差的概念; 光的衍射、惠更斯-菲涅耳原理; 光栅衍射; 光的偏振性、马吕斯定律; 反射光和折射光的偏振; 几何光学。

教学时数: 6 学时。

教学内容:

§ 11.1 相干光 (0.5 学时): 光源、光的单色性和相干性; 相干光的获得。

§ 11.2 杨氏双缝干涉 (0.5 学时): 杨氏双缝干涉; 光程和光程差。

§ 11.3 光的衍射 (1 学时): 光的衍射现象, 惠更斯-菲涅耳原理, 菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射。

§ 11.4 衍射光栅 (1 学时): 光栅, 光栅衍射条纹的形成, 衍射光谱。

§ 11.5 光的偏振性 马吕斯定律 (0.5 学时): 自然光和偏振光; 偏振片, 起偏与检偏;

§ 11.6 反射光和折射光的偏振 (0.5 学时): 反射光和折射光的偏振, 布儒斯特定律。

§ 11.7 几何光学 (2 学时): 几何光学基本定律; 光在平面上的反射和折射; 光在球面上的反射和折射; 显微镜、望远镜、照相机。

考核要求: 识记获得相干光的方法。掌握光程的概念以及光程差和相位差的关系。能分析, 计算双缝、多缝的干涉问题。识记光的衍射, 惠更斯—菲涅耳原理。理解光栅衍射公式, 会确定光栅衍射谱线的位置, 会分析光栅常数及波长对光栅衍射谱线分布的影响。理解自然光、偏振光和椭圆偏振光的基本概念, 掌握布儒斯特定律及马吕斯定律。掌握几何光学基本定律, 光在平面上和球面上的反射和折射成像公式。理解显微镜、望远镜、照相机的工作原理及放大率计算公式。

第十二章 狭义相对论基础

教学要点: 伽利略相对性原理; 狭义相对论的两个基本假设; 洛伦兹坐标变换和速度变换; 同时性的相对性、长度收缩和时间延缓; 相对论动力学基础。

教学时数: 7 学时。

教学内容:

§ 12.1 伽利略变换 经典力学的绝对时空观 (1 学时): 伽利略变换式 经典力学的相对性原理和绝对时空观。

§ 12.2 狭义相对论基本原理 洛伦兹变换 (2 学时): 狭义相对论基本原理, 洛伦兹变换式, 洛伦兹速度变换式。

§ 12.3 狭义相对论时空观 (1 学时): 狭义相对论时空观 (同时的相对性、运动物体长度收缩、时间延缓)。

§ 12.4 相对性动量和能量 (3 学时): 质量与速度的关系, 动量与速度的关系; 狭义相对论力学的基本方程; 质量与能量的关系, 动量与能量的关系。

考核要求: 识记爱因斯坦狭义相对论的两个基本假设。理解洛伦兹坐标变换、速度变换。识记狭义相对论中同时性的相对性, 以及长度收缩和时间延缓的概念。识记牛顿力学中的时空观和狭义相对论中的时空观以及二者差异。理解狭义相对论中质量与速度的关系, 狭义相对论力学的基本方程, 质量与能量的关系以及动

量与能量的关系。

三、参考书目

- [1] 东南大学等七所工科院校编，马文蔚，周雨青，解希顺改编，《物理学》（第六版，上、下册）（“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材），高等教育出版社，2014年。
- [2] 程守洙，江之永主编，《普通物理学》（第七版，上、下册）（“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材），高等教育出版社，2016。
- [3] 严导淦主编，《物理学》（第六版，上、下册）（“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材），高等教育出版社，2016年。
- [4] 刘冰，贾瑞皋主编，《大学物理教程》（第四版，上、下册）（普通高等教育“十一五”国家级规划教材），科学出版社，2017年。